

1901.

# ANNALEN DER PHYSIK.

HERAUSGEGEBEN UND FORTGEFÜHRT DURCH

P. A. C. GREN, L. W. GILBERT, J. C. FUCHSBERG, G. UND R. WIEDERHOLD.

VIERTHE FOLGE.

BAND 4. HEFT 2.

DER GANZEN VIERTEN UND FÜNFTEN FOLGE.

KURATORIUM:

F. KOHLRAUSCH, M. PLANCK, G. QUINCKE,  
W. S. RÖNTGEN, R. WARBURG.

UNTER MITWIRKUNG

DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT

UND VERMIDELUNG VON

M. PLANCK

HERAUSGEGEBEN VON

PAUL DRUDE.



LEIPZIG, 1901.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIIUS BARTH

Bestellungen auf die „Annalen“ werden von allen Buchhandlungen, von den  
Postämtern u. s. w. von der Verlagshandlung angenommen. Preis für den Jahrgang  
12 Hefen (= 3 Bände) ungebunden Jahrgang 30 A.  
(Erscheint am 1. April 1901.)

# Inhalt.

	Seite
1. H. Rubens und P. Kurlbaum. Anwendung der Methode der Reststrahlen zur Prüfung des Strahlungsgesetzes . . . . .	649
2. E. Wiechert. Elektrodynamische Elementargesetze . . . . .	667
3. Svante Arrhenius. Ueber die Wärmeabsorption durch Kohlensäure . . . . .	690
4. Rudolf H. Weber. Ueber die Oberflächenspannung mit Oel bedeckter Wasseroberflächen und die Wirkungsweise der Molecularkräfte . . . . .	709
5. K. R. Johnson. Beiträge zur Kenntnis der Vorgänge in Inductionsapparaten . . . . .	722
6. O. Viol. Mechanische Schwingungen isolirt gespannter Drähte mit sichtbarer elektrischer Seitenentladung . . . . .	754
7. K. E. Guthe. Beiträge zur Kenntnis der Cohärenzwirkung . . . . .	762
8. Louis Lowndes. Beiträge zur Kenntnis des thermomagnetischen Longitudinaleffectes . . . . .	776
9. G. Berndt. Ueber die Bandenspectra der Thonerde und des Stickstoffs . . . . .	786
10. J. Koenigsberger. Ueber die Abhängigkeit der Absorption des Lichtes in festen Körpern von der Temperatur . . . . .	796
11. T. Mizuno. Ueber den Einfluss eines selbstinductionelosen Widerstandes auf die oscillatorische Condensatorentladung . . . . .	811
12. H. A. Naber. Das Luftbarometer . . . . .	815
13. D. A. Goldhammer. Ueber die Spectralgleichung des blanken Platins . . . . .	828
14. D. A. Goldhammer. Ueber den Druck der Lichtstrahlen . . . . .	834
15. Carl Fromme. Ueber den Magnetismus des Eisens . . . . .	859

Manuscripte sind an den Herausgeber, Professor Dr. F. Drude, zu senden. Seine Adresse ist Giessen, Nahrungberg 8.

Es wird gebeten, die Manuscripte druckfertig einzuliefern und in den Correcturen den beim Druck für sie verwendeten Raum nicht zu überschreiten.

Die Zeichnungen sind in möglichst sorgfältiger Ausführung den Abhandlungen auf besonderen Blättern beizulegen (nicht in das Manuscript selbst einzuszeichnen). Da die Figuren fortan möglichst in den Text eingefügt werden sollen, ist die Stelle des Manuscriptes recht genau anzugeben, wo sie hingehören.

Citate sind am Rande oder unten auf den Seiten des Manuscriptes (nicht in dem Text selbst) und zwar möglichst in der in den „Fortgeschritten der Physik“ üblichen Form mit Angabe des Namens und Vornamens, der Band-, Seiten- und Jahreszahl aufzuführen.

Die Verlagsbuchhandlung liefert 100 Sonderabdrücke jeder Arbeit kostenfrei. Falls ausnahmsweise mehr gewünscht werden, so muss dies bei Rücksendung des ersten Correcturbogens an die Druckerei auf dessen erster Seite bemerkt werden. Alle anderen, die Sonderabdrücke betreffenden Mitteilungen bittet man an die Verlagsbuchhandlung zu richten.

Anderweitiger Abdruck der für die Annalen bestimmten Abhandlungen oder Uebersetzung derselben innerhalb der gesetzlichen Schutzfrist ist nur mit Genehmigung der Redaction und Verlagsbuchhandlung gestattet.



# ANNALEN DER PHYSIK.

## VIERTE FOLGE. BAND 4.

### 1. Anwendung der Methode der Reststrahlen zur Prüfung des Strahlungsgesetzes; von H. Rubens und F. Kurlbaum.

[Ein Teil des hier mitgeteilten Beobachtungsmaterials ist bereits in den Berichten der Berliner Akademie<sup>1)</sup> veröffentlicht.]

Hr. W. Wien<sup>2)</sup> hat auf Grund thermodynamischer und molecülarkinetischer Betrachtungen eine Formel gegeben, welche die Intensität  $E$  der Strahlung eines schwarzen Körpers für alle Wellenlängen  $\lambda$  und alle Temperaturen  $T$  folgendermaassen darstellt:

$$(1) \quad E = C \frac{1}{\lambda^5} e^{-\frac{c}{\lambda T}}.$$

Die Herren Lummer, Pringsheim und Jahnke<sup>3)</sup> haben jedoch insbesondere gegen den molecülarkinetischen Teil dieser Ableitung so schwerwiegende Bedenken erhoben, dass diese Formel nicht mehr als theoretisch begründet gelten kann.

Zur experimentellen Prüfung der Strahlungsgesetze sind bisher zwei Serien von Arbeiten unternommen worden, von denen die eine von den Herren O. Lummer und E. Pringsheim<sup>4)</sup> herrührt, die andere von Hrn. F. Paschen<sup>5)</sup>, zum

1) H. Rubens u. F. Kurlbaum, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin 41. p. 929—941. 1900.

2) Die Resultate, welche sich auf Flusspat beziehen, sind auf der Versammlung Deutscher Naturforscher und Aerzte am 18. September 1900 durch Hrn. Pringsheim vorgetragen.

3) W. Wien, Wied. Ann. 58. p. 662. 1896.

4) Verhandl. d. Deutsch. Physik. Gesellsch. 1. p. 31. 1899; Ann. d. Phys. 3. p. 286. 1900; Ann. d. Phys. 4. p. 225. 1901; O. Lummer, Rapport für den Pariser Congress 1900 über Strahlung schwarzer Körper.

5) O. Lummer u. E. Pringsheim, Verhandl. d. Deutschen Physik. Gesellsch. 1. p. 23 u. 215. 1899; 2. p. 163. 1900; 3. p. 37. 1900.

6) F. Paschen, Wied. Ann. 58. p. 455. 1896; 60. p. 662. 1897; Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin 40. p. 405 u. 959. 1899;

l. c. F. Paschen u. H. Wanner, p. 5.

Teil allein, zum Teil in Gemeinschaft mit Hrn. H. Wanner, ausgeführt worden ist.

Die Uebereinstimmung in den Resultaten dieser Beobachter ist in dem Gebiet kleiner Wellenlängen und tiefer Temperatur befriedigend, jedoch zeigen sich mit wachsender Wellenlänge und steigender Temperatur zunehmende Differenzen. Während nämlich Hr. Paschen stets genaue Uebereinstimmung seiner Beobachtungen mit der Wien'schen Formel erhält, constatiren die Herren Lummer und Pringsheim Abweichungen von dieser Formel, welche bei genügend hohen Werten des Productes  $\lambda \cdot T$  sehr beträchtlich ausfallen.<sup>1)</sup> Der Gegensatz zwischen Theorie und Beobachtung tritt besonders deutlich hervor, wenn man die sogenannten isochromatischen Curven betrachtet, welche die Abhängigkeit der Strahlungsintensität von der Temperatur für eine gegebene Wellenlänge darstellen. Die Gleichung einer solchen isochromatischen Curve ist nach Wien

$$E = \text{const.} \cdot e^{-\frac{c}{\lambda T}}.$$

Um die Beobachtungen durch diese Gleichung angenähert wiedergeben zu können, waren die Herren Lummer und Pringsheim genötigt, der Grösse  $c$  einen mit der Wellenlänge variablen Wert beizulegen, und zwar für

$\lambda = 1,2 \mu$	$2 \mu$	$3 \mu$	$4 \mu$	$5 \mu$
$c = 13900$	14500	15000	15400	16400

Für noch grössere Wellenlängen war überhaupt eine auch nur angenäherte Darstellung der isochromatischen Curve durch die einfache Exponentialfunction ausgeschlossen. So erforderte z. B. die isochromatische Curve für  $\lambda = 12,3 \mu$  Werte von  $c$ , welche mit steigender Temperatur von 14200 auf 24000 anwachsen, diejenige für  $\lambda = 17,9 \mu$  Werte von  $c$  zwischen 17200 und 27600.

Da nun die Grösse  $c$  in dem Wien'schen Gesetz als absolute Constante auftritt, so folgt aus den Versuchen von Lummer und Pringsheim, dass diese Formel sich zur Dar-

1) Unterdeessen hat Hr. Paschen gleichfalls Abweichungen von dem Wien'schen Gesetz gefunden und damit einen Teil seiner früheren Veröffentlichungen richtig gestellt. Ann. d. Phys. 4. p. 277. 1901.

stellung der Thatsachen für grössere Wellenlängen und höhere Temperaturen nicht eignet.

Auf Grund des für kleinere Wellenlängen erhaltenen Beobachtungsmaterials der Herren Lummer und Pringsheim ( $\lambda < 7 \mu$ ) hat nun Hr. Thiesen<sup>1)</sup> kürzlich eine empirische Formel aufgestellt, welche sich diesen Beobachtungen erheblich besser anschliesst als das Wien'sche Gesetz. Dieselbe lautet:

$$(2) \quad E = C \cdot \frac{1}{\lambda^5} \cdot \sqrt{\lambda T} \cdot e^{-\frac{c}{\lambda T}}.$$

Sie unterscheidet sich also von der Wien'schen Gleichung durch den Factor  $\sqrt{\lambda T}$ , welcher dort fehlt.

Fernerhin hat Lord Rayleigh<sup>2)</sup> vor einigen Monaten das Wien'sche Strahlungsgesetz kurz discutirt und dasselbe aus dem Grunde für unwahrscheinlich erklärt, weil es für unendlich hohe Temperaturen nur endliche Werte der Strahlung für jede Wellenlänge ergiebt. Er schlägt statt des Wien'schen Gesetzes die Formel vor:

$$(3) \quad E = C \cdot \frac{1}{\lambda^5} \cdot \lambda T \cdot e^{-\frac{c}{\lambda T}}.$$

Eine vierte allgemeine Formel, welche die bisher genannten als Specialfälle umfasst, ist von den Herren Lummer und Jahnke<sup>3)</sup> vor kurzer Zeit veröffentlicht worden. Sie lautet:

$$(4) \quad E = C \cdot \lambda^{-\mu} T^{5-\mu} \cdot e^{-\frac{c}{(\lambda T)^\nu}}.$$

Die Herren Lummer und Pringsheim finden ihre sämtlichen, in dem Intervall zwischen  $\lambda = 1 \mu$  bis  $\lambda = 18 \mu$  erhaltenen Resultate mit dieser Formel in guter Uebereinstimmung, wenn man  $\mu = 4$  und  $\nu = 1,3$  wählt. Die Formel unterscheidet sich alsdann von der Rayleigh'schen nur noch durch den Exponenten  $\nu$ , welcher in der Rayleigh'schen Gleichung gleich 1 ist, und man erhält:

$$(4a) \quad E = C \cdot \frac{1}{\lambda^5} \cdot \lambda T e^{-\frac{c}{(\lambda T)^{1,3}}}.$$

1) M. Thiesen, Verhandl. d. Deutschen Physik. Gesellsch. 2. p. 37. 1900.

2) Lord Rayleigh, Phil. Mag. 49. p. 539. 1900.

3) O. Lummer u. E. Jahnke, Ann. d. Phys. 3. p. 288. 1900.

Endlich hat Hr. M. Planck<sup>1)</sup>, nachdem unsere Versuche im wesentlichen bereits abgeschlossen waren, eine fünfte Formel gegeben:

$$(5) \quad E = C \cdot \frac{\lambda^{-5}}{e^{\frac{c}{\lambda T}} - 1}$$

Diese Formel nähert sich für kurze Wellen und tiefe Temperaturen der Wien'schen, für lange Wellen und hohe Temperaturen der Lord Rayleigh'schen Gleichung und umfasst beide als Grenzfälle.

Alle diese Gleichungen erfüllen das Stefan'sche Strahlungsgesetz, sowie die von Hrn. Wien abgeleiteten und von sämtlichen Beobachtern experimentell bestätigten Beziehungen<sup>2)</sup>

$$\lambda_{\max} T = \text{const.} \quad \text{und} \quad \frac{E_{\max}}{T^5} = \text{const.}^3)$$

Für kleine Werte des Productes  $\lambda T$  ergeben diese Formeln nur geringe Verschiedenheit in dem Verlauf von  $E$ , dagegen tritt ihr verschiedener Charakter für hohe Temperaturen und grosse Wellenlängen um so deutlicher hervor. In diesem Falle nämlich nähert sich die Exponentialgrösse

$$e^{-\frac{c}{\lambda T}} \quad \text{bez.} \quad e^{-\frac{c}{(\lambda T)^p}}$$

der Einheit und man erhält für die isochromatische Curve nach Wien  $E = \text{const.}$ , nach Thiesen  $E = \text{const.} \sqrt{T}$ , nach Rayleigh, Lummer-Jahnke und Planck  $E = \text{const.} T$ . — Nun ist es freilich nicht möglich, diesen Fall experimentell vollständig zu verwirklichen, d. h. zu so grossen Wellenlängen und so hohen Temperaturen überzugehen, dass der Einfluss

1) M. Planck, Verhandl. d. Deutsch. Physik. Gesellsch. 2. p. 202. 1900.

2) Vgl. M. Thiesen, l. c.

3) Die Constante  $c$  hat in den Gleichungen (1), (2), (3), (4), (4a) und (5) einen verschiedenen Wert, und zwar ist zu setzen

$$\left. \begin{array}{ll} \text{in Gleichung (1):} & c = 5 \quad (\lambda_m T) \\ \text{,,} & \text{,,} \quad (2): \quad \bar{c} = 4,5 \quad (\lambda_m T) \\ \text{,,} & \text{,,} \quad (3): \quad c = 4 \quad (\lambda_m T) \\ \text{,,} & \text{,,} \quad (4): \quad c = \frac{12}{\pi} \quad (\lambda_m T)^2 \\ \text{,,} & \text{,,} \quad (4a): \quad c = \frac{4}{1,8} \quad (\lambda_m T)^{1,8} \\ \text{,,} & \text{,,} \quad (5): \quad c = 4,965 \quad (\lambda_m T) \end{array} \right\} \lambda_m T = 2890.$$

der Exponentialgrösse vollständig verschwindet, da die exacte Temperaturmessung bei etwa  $1500^{\circ}$  C. ihre Grenze erreicht. Auch lässt sich die Wellenlänge der Strahlen, für welche man derartige Beobachtungen noch mit hinreichender Genauigkeit ausführen kann, nicht beliebig steigern. Immerhin ist es möglich, durch Anwendung der Methode der Reststrahlen<sup>1)</sup> in Bezug auf die Wellenlänge der zu untersuchenden Strahlung noch erheblich weiter zu kommen als mit Hilfe spectraler Zerlegung. Man ist hierdurch in der Lage, über die Brauchbarkeit der Formeln (1), (2), (3), (4a) und (5) auch in dem Gebiet grosser Wellenlängen ein Urtheil zu gewinnen. Auch Lord Rayleigh hat darauf hingewiesen, dass sich die Reststrahlen ihrer grossen Wellenlänge wegen ganz besonders zur Prüfung der verschiedenen Strahlungsformeln eignen.<sup>2)</sup>

Derartige Messungen sind auch vor einiger Zeit auf Veranlassung des einen von uns durch Hrn. Beckmann<sup>3)</sup> ausgeführt worden. Hr. Beckmann liess die von einem schwarzen Körper ausgehenden Strahlen an 4 Fluoritflächen reflectiren und maass die Intensität der hierdurch erhaltenen Reststrahlen bei verschiedenen Temperaturen des strahlenden schwarzen Körpers. Der Flusspat besitzt, wie unlängst gezeigt wurde<sup>4)</sup>, im ultraroten Spectralgebiet einen ziemlich scharf begrenzten Bereich metallischer Reflexion, welcher zwei Maxima aufweist, von welchen das eine bei  $\lambda = 24 \mu$ , das andere bei  $\lambda = 31,6 \mu$  liegt. Nach viermaliger Reflexion an Fluoritflächen sind erfahrungsgemäss nur noch solche Strahlen des schwarzen Körpers in messbarem Betrag vorhanden, welche dem Spectralgebiet metallischer Reflexion angehören. Dieselben bilden einen Strahlencomplex, welcher bei  $\lambda = 24,0 \mu$  und  $\lambda = 31,6 \mu$  Maxima der Intensität besitzt. Um einen Vergleich der Beobachtungen mit den oben genannten Formeln zu ermöglichen, genügt es anzunehmen, dass die gesamten Reststrahlen des Flusspats aus zwei völlig homogenen Strahlenarten beständen, von denen

1) Vgl. H. Rubens u. E. F. Nichols, Wied. Ann. 60. p. 418. 1897; H. Rubens u. E. Aschkinass, Wied. Ann. 65. p. 241. 1898; H. Rubens, Wied. Ann. 69. p. 576. 1899.

2) I. c. p. 540.

3) H. Beckmann, Inaug.-Diss. Tübingen 1898.

4) H. Rubens, I. c. p. 579.

die eine die Wellenlänge  $24,0 \mu$ , die andere  $31,6 \mu$  hat. Ferner ist es nötig zu berücksichtigen, dass das Reflexionsvermögen einer jeden Fluoritfläche bei  $\lambda = 31,6 \mu$  nahezu 1,2 mal so gross ist wie bei  $\lambda = 24,0 \mu$ , wodurch die relative Stärke des zweiten Streifens gegenüber dem ersten im Verhältnis  $1,2^2 = 2,0$  erhöht wird.

Auf Grund seines Beobachtungsmaterials gelangte Hr. Beckmann unabhängig von den Untersuchungen der Herren Lummer und Pringsheim gleichfalls zu dem Schluss, dass das Wien'sche Gesetz nicht im stande ist, die Beobachtungen richtig wiederzugeben, wenn man der Constanten  $c$  den Wert 14500 beilegt, welchen sie für kurze Wellen besitzt. Um Uebereinstimmung zwischen beobachteten und berechneten Werten zu erzielen, war es erforderlich,  $c = 26\,000$  anzunehmen.<sup>1)</sup> Einen Vergleich mit den übrigen, in der Einleitung zusammengestellten Formeln konnte Hr. Beckmann nicht geben, da diese Formeln erst später veröffentlicht wurden. Zur Prüfung dieser Gesetze sind aber die Beckmann'schen Beobachtungen auch nicht sehr geeignet, da sie sich auf ein zu kleines Temperaturintervall erstrecken. Die Messungen beginnen bei der Temperatur der festen Kohlensäure und endigen bei etwa  $600^\circ \text{C}$ . Die charakteristischen Eigentümlichkeiten der verschiedenen Strahlungsgesetze treten aber, wie bereits oben betont wurde, gerade ausserhalb dieses Temperaturbereiches, insbesondere bei höheren Temperaturen, am deutlichsten hervor.

Wir haben es deshalb unternommen, die Intensität der von einem schwarzen Körper ausgesandten Reststrahlen für einen möglichst grossen Temperaturbereich nochmals zu messen. Diese Untersuchung haben wir nicht nur für die Reststrahlen des Flussspats, sondern auch für die Reststrahlen des Steinsalzes, deren mittlere Wellenlänge  $51,2 \mu$  beträgt, ausgeführt. Wir gelangten auf diesem Wege zu Werten des Productes  $\lambda \cdot T$ , welche die durch spectrale Zerlegung bisher erreichten um das Dreifache übertreffen. Ferner haben wir, um den Anschluss an das bisher vorliegende Beobachtungsmaterial der Herren Lummer und Pringsheim zu gewinnen, auch im Be-

1) H. Rubens, l. c. p. 585. Die Thatsache, dass Hr. Beckmann seine Beobachtungen durch eine Wien'sche Isochromate darstellen konnte, erklärt sich aus der Beschränkung seines Temperaturbereiches.



reich kürzerer Wellen einige Versuche angestellt, indem wir die Intensität der Reststrahlen von Quarz und Marmor in ihrer Abhängigkeit von der Temperatur bestimmten. Leider fallen die Reststrahlen des Marmors<sup>1)</sup> mit einer Absorptionsbande des Wasserdampfes zusammen, dies machte sich während der Beobachtungen durch Abnahme der Galvanometeraus schläge deutlich bemerkbar, sodass von einer Veröffentlichung der Resultate vorläufig Abstand genommen wird. Die von uns benutzte Versuchsanordnung ist in untenstehender Figur schematisch dargestellt.

$D_1$  bedeutet ein mit Wasser von Zimmertemperatur ( $20^\circ \text{C.}$ ) gespültes doppelwandiges Diaphragma von kreisförmiger Ge-

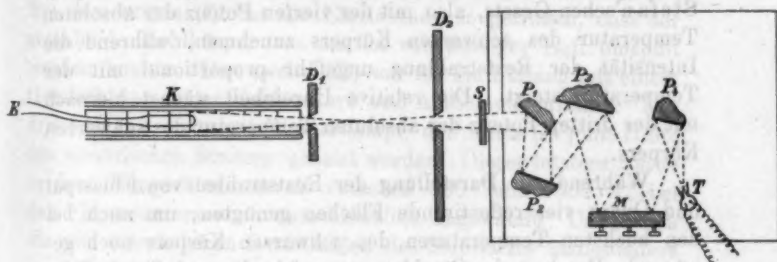


Fig. 1.

stalt und 1 cm Durchmesser. Dasselbe war auf dem Experimentirtisch fest montirt und bezeichnet den eigentlichen Ort der Strahlungsquelle. Vor diesem Diaphragma wurde der schwarze Körper  $K$  derart aufgestellt, dass seine Mündung mit der Oeffnung des Diaphragmas coincidirte und seine Mittelaxe senkrecht auf der Ebene des letzteren stand, was durch optische und mechanische Vorrichtungen controlirt werden konnte. Die durch  $D_1$  hindurchgehenden Strahlen durchsetzen ein zweites Diaphragma  $D_2$ , welches den Strahlenkegel derart begrenzt, dass nur die von dem innersten Teil des schwarzen Körpers ausgehenden Strahlen hindurchgelassen werden. Im weiteren Verlauf des Strahlenganges befindet sich ein doppelwandiger Klappschirm  $S$ , welcher ebenso wie das Diaphragma  $D_2$  aus derselben Wasserleitung gespült wird wie  $D_1$ , ferner die reflectirenden Krystallflächen  $P$ , ein vorderseitig versilberter Con-

1) E. Aschkinass, Ann. d. Phys. 1. p. 42. 1900.

centrationsspiegel  $M$  und die Thermosäule  $T$ .<sup>1)</sup> Die letztgenannten Apparate sind im Inneren einer gegen fremde Strahlung und Luftbewegung schützenden Hülle angebracht. Die Thermosäule stand in Verbindung mit einem Panzer-galvanometer<sup>2)</sup>, dessen Empfindlichkeit mit Hilfe einer einfachen Vorrichtung jederzeit controlirt werden konnte. Die Aenderung der Empfindlichkeit wurde bei der Berechnung der Resultate stets berücksichtigt.

Da die Verunreinigung der Reststrahlen aus solchen Wärmestrahlen besteht, welche ihrer Zusammensetzung nach der Gesamtstrahlung des schwarzen Körpers nahezu vollkommen entsprechen, muss die Verunreinigung angenähert nach dem Stefan'schen Gesetz, also mit der vierten Potenz der absoluten Temperatur des schwarzen Körpers zunehmen, während die Intensität der Reststrahlung ungefähr proportional mit der Temperatur steigt. Die relative Unreinheit wächst hiernach mit der dritten Potenz der absoluten Temperatur des schwarzen Körpers.

Während zur Darstellung der Reststrahlen von Flusspat und Quarz vier reflectirende Flächen genügten, um auch bei den höchsten Temperaturen des schwarzen Körpers noch genügende Reinheit der Strahlen zu erzielen<sup>3)</sup>, erwies sich diese Flächenzahl zur Isolirung der im Verhältnis zur Gesamtstrahlung des schwarzen Körpers äusserst schwachen Reststrahlen des Steinsalzes als unzureichend. Bei Anwendung von fünf Flächen erhielten wir genügende Reinheit der Reststrahlen bis zu Temperaturen des schwarzen Körpers von  $600^{\circ}\text{C.}$ , bei welchen eine Verunreinigung der Reststrahlen durch Wärmestrahlen gewöhnlicher Art im Betrage von 10 Proc. constatirt werden konnte. Durch Einschaltung einer sechsten Steinsalzfläche wurde die Verunreinigung auf etwa  $\frac{1}{20}$  herabgedrückt. Dennoch trat sie bei den Temperaturen über  $1000^{\circ}\text{C.}$  wiederum deutlich hervor und betrug bei der höchsten erreichbaren Temperatur von

1) H. Rubens, Zeitschr. f. Instrumentenk. 18. p. 65. 1898.

2) H. du Bois u. H. Rubens, Ann. d. Phys. 2. p. 84. 1900.

3) Wir beobachteten bei den höchsten hier in Betracht kommenden Temperaturen von  $1472^{\circ}\text{C.}$  eine Verunreinigung der Reststrahlen im Betrag von  $2\frac{1}{2}$  Proc. der zu messenden Grösse. Die Correction wurde in der weiter unten beschriebenen Weise gemessen und berücksichtigt.



1474° C. wieder fast 8 Proc. der zu messenden Grösse. Wir haben jedoch von einer weiteren Vermehrung der reflectirenden Flächen Abstand genommen und statt dessen lieber die Grösse der wegen der Unreinheit der Strahlen erforderlichen Correction genau ermittelt und von den beobachteten Ausschlägen in Abzug gebracht. Es geschah dies mit Hilfe einer Steinsalzplatte, welche die Reststrahlen vollkommen absorbiert, aber 90 Proc. der Verunreinigung hindurchlässt.

Bei den Versuchen mit Flussspat und Quarz gelangten vier verschiedene schwarze Körper zur Anwendung, welche sämtlich schon zu anderen an der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt ausgeführten Untersuchungen gedient hatten.<sup>1)</sup> Bei dem ersten (I) war die Einrichtung so getroffen, dass der strahlende Hohlkörper von aussen von flüssiger Luft umspült werden konnte. Der zweite (II) war für die Füllung mit einem Gemisch von fester Kohlensäure und Aether eingerichtet. Der dritte (III) konnte mit Wasserdampf, der vierte (IV) mit Hilfe des elektrischen Stromes geheizt werden. Dieser letztere wurde in dem Temperaturintervall zwischen 300° und 1500° C. bei den Flussspatversuchen ausschliesslich angewandt. Um jedoch die viel schwächeren Reststrahlen des Steinsalzes insbesondere bei tieferen Temperaturen mit genügender Genauigkeit messen zu können, wurden in unserer Versuchsanordnung (Fig. 1) nach Entfernung des Diaphragmas  $D_1$  die drei erstgenannten schwarzen Körper unmittelbar vor das Diaphragma  $D_2$  gesetzt. Es war dies statthaft, da diese drei schwarzen Körper Oeffnungen besitzen, welche diejenige von  $D_2$  erheblich übertreffen. Die Oeffnung des elektrisch geheizten schwarzen Körpers (IV) betrug jedoch nur 12 mm, sodass wir gezwungen waren, diesen letzteren nur in der in der Figur wiedergegebenen Weise in Verbindung mit dem Diaphragma  $D_1$  zu benutzen. Wir haben aus diesem Grunde für den vorliegenden Zweck zwei weitere elektrisch heizbare schwarze Körper construiert, bei welchen, wie bei den Körpern I, II und III, genügend grosse Oeffnungen (30 mm Durchmesser) und ausreichende Divergenzwinkel für die austretenden Strahlen vorhanden waren, um die Verwendung

1) O. Lummer u. F. Kurlbaum, Verhandl. d. Physik. Gesellsch. zu Berlin 17. p. 106. 1898; Thätigkeitsbericht der Physik.-Techn. Reichsanstalt p. 38. 1899; Zeitschr. f. Instrumentenk. 19. p. 213. 1899.

dieser Körper unmittelbar vor dem Diaphragma  $D_2$  zu ermöglichen. Der eine von diesen (V) war ein Cylinder aus sogenannter Marquardt'scher Masse, von 10 cm Länge und 7 cm innerem Durchmesser, die Wandungen, Boden und Deckel waren so mit Platinband bewickelt, dass der Flächeneinheit beim elektrischen Heizen überall gleichviel Wärme zugeführt wurde. Die Strahlung trat aus einer im Deckel befindlichen Oeffnung von 3 cm Durchmesser heraus, im Inneren des Cylinders befanden sich vier nach dem Boden zu grösser werdende Diaphragmen, zur Thermosäule konnte nur Strahlung vom Boden des Cylinders aus gelangen. Der andere Körper (VI) hatte dieselben Dimensionen, war aber aus Eisen gefertigt, mit Eisenoxyd geschwärzt und wurde mit Hülfe einer Nickelspirale geheizt.

Die höchste Temperatur, auf welche wir diesen Körper erhitzen konnten, betrug  $600^\circ \text{C}$ . Wir haben denselben deshalb nur in dem Temperaturintervall von  $300-600^\circ \text{C}$ . benutzt. Von  $500^\circ \text{C}$ . an konnte, wie bereits oben bemerkt, auch der schwarze Körper IV in Verbindung mit dem engen Diaphragma  $D_1$  wieder verwandt werden; die hiermit erzielten Ausschläge waren jedoch 7,5 mal kleiner als bei Benutzung der Körper V und VI vor dem Diaphragma  $D_2$ . Die mit Hülfe des Körpers IV erhaltenen Ausschläge mussten deshalb, um mit den übrigen Beobachtungen vergleichbar zu sein, zuvor mit dem genannten Zahlenfactor multiplicirt werden. Dieser letztere wurde dadurch bestimmt, dass die Gleichheit der Ausschläge bei einer in der Nähe von  $1000^\circ$  gelegenen Temperatur für die schwarzen Körper IV und V erzwungen wurde. Wegen der kleineren Ausschläge sind die mit Hülfe des Körpers IV angestellten Beobachtungen viel ungenauer als die übrigen. Immerhin sind sie als Controlmessungen nicht ohne Wert. In Fig. 3 sind die Curvenpunkte, welche mit den verschiedenen Körpern beobachtet wurden, in besonderer Weise gekennzeichnet. Die Temperaturmessung wurde bei den elektrisch geheizten Körpern, wie üblich, mit Hülfe eines Le Chatelier'schen Thermoelements  $E$  unter Benutzung der neuesten Bestimmungen von den Herren Holborn und Day<sup>1)</sup> ausgeführt.

In Figg. 2—4 sind die Resultate unserer Beobachtungen

1) L. Holborn u. A. Day, Wied. Ann. 68. p. 817. 1899.

für die Reststrahlen von Flussspat, Steinsalz und Quarz graphisch dargestellt, d. h. es sind die beobachteten Ausschläge als Function der Temperatur der strahlenden schwarzen Körper eingetragen. Durch verschiedene Bezeichnung der einzelnen Punkte sind in Fig. 2 vier vollkommen voneinander unabhängige, an verschiedenen Tagen und zum Teil bei veränderter Justirung der Flussspatflächen angestellte Versuchsreihen zum

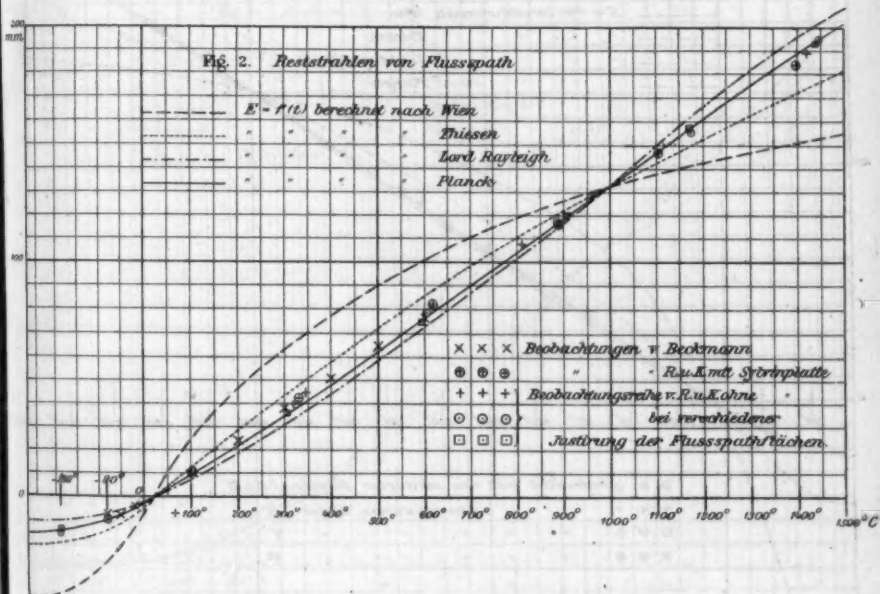


Fig. 2.

Ausdruck gebracht. Bei der einen von diesen, deren einzelne Beobachtungen durch Punkte mit umschriebenem Kreis  $\odot$  gekennzeichnet sind, war eine 2 mm dicke Sylvinplatte unmittelbar vor der Thermosäule in den Strahlengang eingeschaltet. Dieselbe absorbiert den langwelligen Teil der Reststrahlen nahezu vollkommen, während sie noch angenähert die Hälfte des kurzwelligen Teiles, welcher das Maximum bei  $\lambda = 24,0 \mu$  bildet, hindurchlässt.<sup>1)</sup>

1) H. Rubens u. A. Trowbridge, Wied. Ann. 60. p. 724. 1897;  
H. Rubens u. E. Aschkinass, Wied. Ann. 65. p. 253. 1898.

Hierdurch wird also der Einfluss des zweiten Absorptionsstreifens vollkommen eliminirt. Dennoch ergibt diese Versuchsreihe keinen merklich anderen Verlauf der Strahlungsintensität mit der Temperatur als die anderen Versuchsreihen,

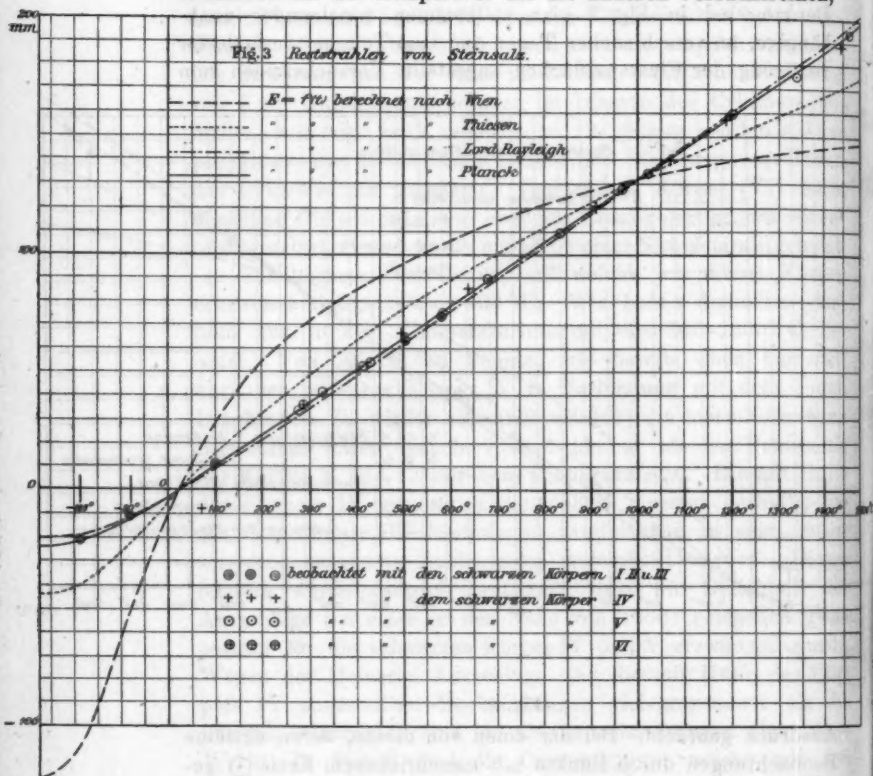


Fig. 3.

welche ohne Einschalten der Sylvinplatte beobachtet wurden. Sie fällt vielmehr vollkommen mit den übrigen Versuchsreihen zusammen, wenn man, wie dies in Fig. 2 geschehen ist, alle Ordinaten mit dem constanten Factor 2,80 multiplicirt.<sup>1)</sup>

1) Der Maassstab sämtlicher Curven ist auch innerhalb jeder einzelnen Figur so gewählt, dass dieselben bei 1000° übereinstimmen und zwar mit



könnten in der Zeichnung sichtbar gemacht werden, was jedoch, um dieselbe nicht noch mehr zu compliciren, unterblieben ist.

Dasselbe gilt für die beiden bei  $\lambda = 8,50$  und  $9,05 \mu$  gelegenen Maxima in der Reststrahlung des Quarzes. Auch hier genügt es vollständig, die Rechnung für eine einzige im Schwerpunkt des Streifens bei  $\lambda = 8,85 \mu$  gelegene Wellenlänge durchzuführen.

Für die Reststrahlen des Flussspats zeigt im Bereich der tiefen Temperaturen ( $-188^\circ$  bis  $0^\circ$ ) eine durch die beobachteten Punkte gelegte Curve eine nach oben concave Krümmung. Im weiteren Verlauf aber verliert sich diese Krümmung nahezu vollständig, und die Curve wird geradlinig; in anderen Worten: zwischen  $0^\circ$  und  $1500^\circ$  wächst die Reststrahlung innerhalb der Fehlergrenze proportional mit der Temperaturdifferenz zwischen dem strahlenden und dem bestrahlten Körper.

Dasselbe gilt auch für die Reststrahlen des Steinsalzes, wie dies aus Fig. 3 zu ersehen ist. Auch hier beginnt die Curve mit schwacher, nach oben concaver Krümmung und wird im weiteren Verlauf vollkommen geradlinig.

Die Reststrahlen des Quarzes (vgl. Fig. 4) gehören nach den Versuchen von Rubens und Nichols zwei eng begrenzten Spectralgebieten an, von denen das eine zwei Maxima bei  $8,50$  und  $9,02 \mu$  aufweist, während das andere aus einem schmalen, bei  $21,5 \mu$  gelegenen Streifen besteht. Letzterer wurde bei unseren Versuchen durch Einschaltung einer  $1 \text{ cm}$  dicken Steinsalzplatte vollständig ausgelöscht.

Um die Figg. 2—4 besser miteinander vergleichen zu können, haben wir für die Temperatur  $1000^\circ \text{C.}$  die Ordinaten stets gleich gross gewählt.<sup>1)</sup> Wie man sieht, unterscheiden sich dieselben in den Figg. 2 und 4 auch für die übrigen Temperaturen nur sehr wenig.

Um einen Vergleich unserer Versuchsergebnisse mit den Resultaten von Hrn. Beckmann zu ermöglichen, haben wir einige seiner Beobachtungen auf den von uns in Fig. 2 gewählten Maassstab umgerechnet und gleichfalls daselbst ein-

1) Die numerische Grösse der Ordinaten in den Figg. 2—4 ist so gewählt, dass dieselbe angenähert die Ausschläge in Millimetern angiebt, welche bei den Versuchen mit Reststrahlen des Steinsalzes für die Temperatur  $1000^\circ \text{C.}$  erhalten wurden.



getragen. Dieselben sind durch ein Sternchen  $\times$  gekennzeichnet. Sie sind, wie man erkennt, mit unseren eigenen Beobachtungen in sehr befriedigender Uebereinstimmung. Diese Thatsache ist für die Beurteilung unserer Versuche auch aus dem Grunde von Wichtigkeit, weil Hrn. Beckmann's Beobachtungen sämtlich mit Hilfe desselben „schwarzen Körpers“, die unserigen dagegen in dem in Frage kommenden Temperaturintervall ( $-80^{\circ}$  bis  $600^{\circ}$ ) mit drei verschiedenen „schwarzen Körpern“ angestellt wurden. Es wird hierdurch bewiesen, dass die von uns benutzten „schwarzen Körper“ auch im Gebiet dieser langen Wellen in Bezug auf die Annäherung an den absolut schwarzen Körper Kirchhoff's angenähert das Gleiche leisten. Dasselbe ergibt sich auch aus den in Fig. 3 dargestellten Versuchen mit Reststrahlen des Steinsalzes. Auch hier liefern die „schwarzen Körper“ IV, V und VI in den Temperaturbereichen, in welchen zwei derselben gleichzeitig angewandt werden konnten ( $275-600^{\circ}$  bez.  $500-1500^{\circ}$  C.), innerhalb der Fehlergrenzen die gleichen Ausschläge.

Die Figg. 2—4 enthalten ausser den beobachteten Punkten noch je 4 Curven, welche die Abhängigkeit der Reststrahlung von der Temperatur nach den Formeln von Wien, Thiesen, Rayleigh und Planck darstellen, und welche sich in den Tafeln noch trennen lassen. Im Interesse der Uebersichtlichkeit schien es uns nicht angebracht, eine noch grössere Anzahl von Curven in den Figg. 2—4 einzuzichnen. Wir haben deshalb auf die graphische Darstellung der Lummer-Jahnke'schen Gleichung (4a) verzichtet und den Vergleich unserer Versuchsergebnisse mit dieser Formel nur in den unten folgenden Tab. I—III gegeben, worin auch die aus den Formeln (1), (2), (3) und (5) berechneten Werte nochmals mit angeführt sind.

Infolge der kleineren Wellenlängen zeigt die in Fig. 4 dargestellte Versuchsreihe einen wesentlich anderen Charakter als die in Figg. 2 und 3 wiedergegebenen. Die nach oben concave Krümmung ist hier auch noch bei den höchsten Temperaturen erkennbar. Ferner ist die relative Kleinheit der Ausschläge bei tiefen Temperaturen für die kürzeren Wellenlängen sehr charakteristisch.

Ein Blick auf die Curven der Figg. 2—4 oder eine genauere Betrachtung der Tab. I—III lehrt, dass die Formeln

von Wien und Rayleigh überhaupt nicht, die von Thiesen nur für längere Wellen nicht im stande sind, unsere Beobachtungen innerhalb der Grenze der Versuchsfehler wiederzugeben.

Tabelle I.

Reststrahlen von Flussspat.  $\lambda = 24,0 \mu$  und  $31,6 \mu$ .

Temperatur in Celsius-Graden $t$	Absolute Temperatur $T$	$E$ beob.	$E$ nach Wien	$E$ nach Thiesen	$E$ nach Rayleigh	$E$ nach Lummer u. Jahnke	$E$ nach Planck
- 273	0	—	- 42,4	- 20,7	- 10,7	- 17,8	- 15,4
- 188	85	- 15,5	- 41,0	- 20,2	- 10,5	- 17,5	- 15,0
- 80	193	- 9,4	- 26,8	- 14,0	- 7,4	- 11,5	- 9,8
+ 20	293	0	0	0	0	0	0
+ 250	523	+ 30,3	+ 50,6	+ 35,7	+ 25,3	+ 30,0	+ 28,8
+ 500	773	+ 64,3	+ 88,9	+ 71,8	+ 58,3	+ 64,5	+ 62,5
+ 750	1023	+ 98,3	+ 114,5	+ 104	+ 94,4	+ 98	+ 96,7
+ 1000	1273	+ 132	+ 132	+ 132	+ 132	+ 132	+ 132
+ 1250	1523	+ 167	+ 145	+ 157,5	+ 174,5	+ 167	+ 167,5
+ 1500	1773	+ 201,5	+ 155	+ 181	+ 209	+ 201	+ 202
+ $\infty$	$\infty$	—	+ 226	+ $\infty$	+ $\infty$	+ $\infty$	+ $\infty$

Tabelle II.

Reststrahlen von Steinsalz.  $\lambda = 51,2 \mu$ .

Temperatur in Celsius-Graden $t$	Absolute Temperatur $T$	$E$ beob.	$E$ nach Wien	$E$ nach Thiesen	$E$ nach Rayleigh	$E$ nach Lummer u. Jahnke	$E$ nach Planck
- 273	0	—	- 121,5	- 44	- 20	- 27	- 23,8
- 188	85	- 20,6	- 107,5	- 40	- 19	- 24,5	- 21,9
- 80	193	- 11,8	- 48,0	- 21,5	- 11,5	- 13,5	- 12,0
+ 20	293	0	0	0	0	0	0
+ 250	523	+ 31,0	+ 63,5	+ 40,5	+ 28,5	+ 31	+ 30,4
+ 500	773	+ 64,5	+ 96	+ 77	+ 62,5	+ 65,5	+ 63,8
+ 750	1023	+ 98,1	+ 118	+ 106	+ 97	+ 99	+ 97,2
+ 1000	1273	+ 132	+ 132	+ 132	+ 132	+ 132	+ 132
+ 1250	1523	+ 164,5	+ 141	+ 154	+ 167	+ 165,5	+ 166
+ 1500	1773	+ 196,8	+ 147,5	+ 175	+ 202	+ 198	+ 200
+ $\infty$	$\infty$	—	+ 194	+ $\infty$	+ $\infty$	+ $\infty$	+ $\infty$



Tabelle III.  
Reststrahlen von Quarz.  $\lambda = 8,85 \mu$ .

Temperatur in Celsius-Graden $t$	Absolute Temperatur $T$	$E$ beob.	$E$ nach Wien	$E$ nach Thiesen	$E$ nach Rayleigh	$E$ nach Lummer u. Jahnke	$E$ nach Planck
- 273	0	—	- 1,96	- 1,40	- 1,00	- 1,53	- 1,41
- 173	100	- 1,6	- 1,96	- 1,40	- 1,00	- 1,53	- 1,41
- 73	200	- 1,5	- 1,82	- 1,30	- 0,92	- 1,42	- 1,31
+ 27	300	—	+ 0,10	+ 0,12	+ 0,10	+ 0,18	+ 0,1
+ 100	373	+ 3,4	+ 4,07	+ 3,06	+ 2,21	+ 3,5	+ 3,0
+ 227	500	+ 13,5	+ 16,5	+ 12,61	+ 9,60	+ 13,5	+ 12,4
+ 527	800	+ 53,5	+ 60,5	+ 53,4	+ 44,3	+ 53,2	+ 50,3
+ 827	1100	+ 102	+ 107,0	+ 102,3	+ 96,7	+ 102	+ 99,8
+ 1000	1273	+ 132	+ 132	+ 132	+ 132	+ 132	+ 132
+ 1127	1400	+ 154	+ 147,7	+ 154,6	+ 160	+ 154	+ 154,6
+ 1427	1700	+ 212,5	+ 182,3	+ 206,5	+ 229	+ 210	+ 218,5

Am stärksten treten die Unterschiede zwischen unseren Beobachtungen und den nach der Wien'schen Formel berechneten Werten für die Reststrahlen des Steinsalzes hervor. Bei der Temperatur der flüssigen Luft beträgt der beobachtete Ausschlag nur etwa ein Fünftel des berechneten. Andererseits erreicht der bei  $1474^\circ$  beobachtete Ausschlag von 194 mm bereits die Grenze, welche nach der Wien'schen Formel unter Annahme der hier gewählten Coincidenzpunkte für unendlich hohe Temperaturen zu erwarten ist.

Man erkennt ferner, dass die Thiesen'sche Formel, welche, wie bereits bemerkt wurde, für kürzere Wellen ( $8,85 \mu$ ) sich unseren Beobachtungen sehr gut anschmiegt, für sehr grosse Wellenlängen einen wesentlich anderen Verlauf darstellt, als ihn unsere Beobachtungen ergeben.

Weiterhin ist zu bemerken, dass die Lummer-Jahnke'sche Formel (4a) unsere Versuchsergebnisse fast überall sehr gut darstellt. Nur bei sehr tiefen Temperaturen und sehr grossen Wellenlängen sind Differenzen zwischen den aus der Formel (4a) berechneten Werten und unseren Beobachtungen vorhanden.

Dagegen zeigen unsere Beobachtungen, soweit sie sich auf Flussspat und Steinsalz beziehen, gegenüber der Planck'schen Formel keine wesentlichen Abweichungen, sodass es in

den Figg. 2 u. 3 fast den Anschein gewinnt, als sei die betreffende Curve einfach durch die beobachteten Punkte gelegt, was jedoch, wie oben bemerkt wurde, nur für die Temperatur  $1000^{\circ}$  geschehen ist.

Bei den Reststrahlen des Quarzes (Fig. 4) zeigen sich aber zwischen  $0^{\circ}$  und  $1000^{\circ}$  geringe Abweichungen von der Planck'schen Formel, welche systematisch zu sein scheinen. Aus Fig. 4 ist ersichtlich, dass auf dem Gebiet kürzerer Wellen zwischen den einzelnen Formeln eine Entscheidung zu treffen, wegen der geringeren Unterschiede viel schwieriger ist. Der verschiedene Charakter der einzelnen Strahlungsformeln tritt eben hier um so deutlicher hervor, je grösser die Wellenlänge der untersuchten Strahlung ist.

Jedenfalls scheint uns aus den vorliegenden Beobachtungen hervorzugehen, dass nur solche Formeln geeignet sind, die Strahlung  $E$  des schwarzen Körpers in ihrer Abhängigkeit von der Wellenlänge  $\lambda$  und der Temperatur  $T$  richtig wiederzugeben, bei welchen der Wert von  $E$  für sehr grosse Wellenlängen und sehr hohe Temperaturen proportional mit  $T$  wächst, wie dies in den Formeln von Lord Rayleigh, Lummer-Jahnke (für  $\mu = 4$ ) und Planck der Fall ist. Von diesen drei Gleichungen können allerdings nur die beiden zuletzt genannten in Frage kommen, da die Rayleigh'sche Formel, wie die Herren Lummer und Pringsheim gezeigt haben, in dem Gebiet kurzer Wellenlängen versagt. Auch zeigt sie gegenüber unseren Beobachtungen erhebliche systematische Abweichungen. Zur Wiedergabe unserer Beobachtungen sind die Gleichungen (4a) und (5) beide wohl geeignet, doch verdient die Planck'sche ihrer grösseren Einfachheit wegen den Vorzug.<sup>1)</sup> Da sie für kurze Wellen in die Wien'sche Formel übergeht, so gilt sie auch für das Gebiet der sichtbaren Strahlen, für welche das Wien'sche Gesetz experimentell erwiesen ist.<sup>2)</sup>

1) Inzwischen ist es Hrn. Planck gelungen, seine Formel unter Zugrundelegung der elektromagnetischen Strahlungslehre und durch Anwendung der Wahrscheinlichkeitsrechnung theoretisch herzuleiten. Vgl. M. Planck, Verhandl. d. Deutschen Physik. Gesellsch. 2. p. 287—245. 1900; Ann. d. Phys. 4. p. 553. 1901.

2) Vgl. F. Paschen u. H. Wanner, Sitzungsher. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin p. 5. 1899; H. Wanner, Ann. d. Phys. 2. p. 141. 1900; O. Lummer u. E. Pringsheim, vorgetragen in der Deutschen Physik. Gesellsch., Sitzung vom 1. März 1901.

(Eingegangen 10. Februar 1901.)

## 2. *Elektrodynamische Elementargesetze;* von *E. Wiechert.*

(Aus den Archives Néerlandaises, livre jubilaire, dédié à H. A. Lorentz, p. 549. 1900.)

### I. Grundlagen der Theorie.

1. *Vorwort.* Die neuere, sich auf Maxwell stützende Elektrodynamik ist durch Unterscheidung zwischen Aether und Materie im Innern der sinnlich wahrnehmbaren Körper in so weitem Maasse zu den Ansichten der älteren Schule zurückgekehrt, dass der einstige Gegensatz nicht mehr besteht. Die „*elektrischen Teilchen*“ der alten Theorien sind wiederum zu Recht gelangt; wir haben aber gelernt, die Vermittelung ihrer Wechselwirkungen durch das Zwischenmedium zu verfolgen. So ist das grosse Problem gelöst, welches vor Maxwell zwar vielfach formulirt wurde, aber allen Bemühungen widerstand; und Maxwell's Beitrag erscheint nicht mehr als ein Umsturz des Bestehenden, sondern als ein Fortschritt im natürlichen Gange der Entwicklung.

H. A. Lorentz war der erste, der den Unterschied zwischen Aether und Materie in der Maxwell'schen Theorie mit Erfolg verwertete, und er machte dabei von vornherein auf die Annäherung an die älteren Theorien aufmerksam, welche sich dann einstellt. In der Ueberzeugung, dass hierauf im Interesse unserer Wissenschaft nicht genug Gewicht gelegt werden kann, will ich versuchen, hier einen weiteren Baustein für den Zusammenschluss der alten und neuen Theorien erbringen.

In den Bezeichnungen schliesse ich mich an meinen Beitrag zur Festschrift für die Feier der Enthüllung des Gauss-Weber-Denkmales zu Göttingen, 1899<sup>1)</sup>; auf diesen verweise ich auch für nähere Ausführungen.

2. Die Namen „*Aether*“ und „*Materie*“ gebrauche ich in ganz ähnlichem Sinne wie H. A. Lorentz. Da ich überdies

1) Bei B. G. Teubner, Leipzig.

schon mehrfach Gelegenheit genommen habe, mich über diesen Punkt auszusprechen, so werden hier wenige Worte genügen.

Das optische Verhalten strömender Flüssigkeiten und ähnliche Erscheinungen zeigen, dass die sinnlich wahrnehmbare Materie bei ihren Bewegungen selbst im Innern die Lichtwellen nicht mit sich fortträgt; auch die Aberration des Lichtes führt, wie H. A. Lorentz gezeigt hat, zu demselben Schlusse. Indem wir das Licht nach Maxwell als einen elektrodynamischen Vorgang auffassen, sind wir gezwungen, im Innern der Materie noch einen Träger der elektrodynamischen Erscheinungen anzunehmen, der sich an den sinnlich wahrnehmbaren Bewegungen nicht beteiligt. *Um diese Thatsache bequem in Worte zu kleiden, unterscheiden wir zwischen Aether und Materie.* Speculationen über ihr gegenseitiges Verhältnis sind für die unmittelbaren Zwecke der Elektrodynamik nicht notwendig; so können wir es zum Beispiel dahingestellt sein lassen, ob es sich um verschiedene Stoffe, oder um denselben Stoff in verschiedenen Zuständen handelt. Materie und Aether sind uns nur Bilder, die wir von unserem menschlichen Standpunkt in der Natur sehen; dem weiteren Fortschritt der Wissenschaft bleibt überlassen, zu entscheiden, was ihnen in Wirklichkeit entspricht.

Während die Materie uns in mannigfachsten Variationen der Art, der Anhäufung und der Bewegung entgegentritt, genügt für die Darstellung unserer Erfahrungen die Annahme, dass der Aether die ganze uns zugängliche Welt ohne merkliche Lücken und ohne merkliche Bewegungen überall mit demselben äusserst einfachen Eigenschaften erfüllt. Dieses gilt auch von dem Bereiche, den die Materie beansprucht, sodass sie ganz von dem Aether durchtränkt erscheint, ohne ihn merklich zu verdrängen.

Zur Kennzeichnung der elektrodynamischen Eigenschaften des Aethers genügt eine einzige Constante, die Lichtgeschwindigkeit  $V$  bei Abwesenheit der Materie. Zur Beschreibung der elektrodynamischen Vorgänge müssen gerichtete Grössen, Vektoren, verwendet werden.

3. Wir wollen von der *Optik im freien Aether* ausgehen. Für sie können Vektoren sehr verschiedener physikalischer Be-

deutung in Betracht gezogen werden. Ist  $K$  ein solcher Vector, dann darf als Schwingungsgleichung für eine Componente  $K_v$  parallel der beliebigen Richtung  $v$  angenommen werden:

$$(1) \quad \frac{\partial^2 K_v}{\partial t^2} = V^2 \left( \frac{\partial^2 K_v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 K_v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 K_v}{\partial z^2} \right).$$

Dabei gilt die folgende Bedingung als Ausdruck der Transversalität der Schwingungen und der Annahme, dass auch der Fall der Erregungslosigkeit möglich ist:

$$(2) \quad \frac{\partial K_x}{\partial x} + \frac{\partial K_y}{\partial y} + \frac{\partial K_z}{\partial z} = 0.$$

Zu jedem herausgegriffenen Vector  $K$  lässt sich ein gewisser zweiter  $H$  zuordnen, der mit ihm in reziproker Beziehung steht. Wir erhalten  $H$  durch die Definitionsgleichungen

$$(3) \quad \begin{cases} \frac{\partial H_x}{\partial t} = V \left( \frac{\partial K_z}{\partial y} - \frac{\partial K_y}{\partial z} \right), \\ \frac{\partial H_y}{\partial t} = V \left( \frac{\partial K_x}{\partial z} - \frac{\partial K_z}{\partial x} \right), \\ \frac{\partial H_z}{\partial t} = V \left( \frac{\partial K_y}{\partial x} - \frac{\partial K_x}{\partial y} \right), \end{cases}$$

$$(4) \quad \frac{\partial H_x}{\partial y} + \frac{\partial H_y}{\partial x} + \frac{\partial H_z}{\partial z} = 0.$$

Sie ergeben mittels (1) und (2) als Analogon zu (3):

$$(5) \quad \begin{cases} \frac{\partial K_x}{\partial t} = -V \left( \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right), \\ \frac{\partial K_y}{\partial t} = -V \left( \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right), \\ \frac{\partial K_z}{\partial t} = -V \left( \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right), \end{cases}$$

und als Analogon zu (1):

$$(6) \quad \frac{\partial^2 H_v}{\partial t^2} = V^2 \left( \frac{\partial^2 H_v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_v}{\partial z^2} \right).$$

Das Formelsystem (2), (3), (4), (5) als Ersatz für (1) und (2) bez. (4) und (6) wurde von Hertz 1884 aus der Maxwell'schen Theorie herausgelöst.

Für die Elektrodynamik kommt noch ein drittes System in Betracht, welches in vielen Fällen vorteilhafter ist als das zweite und sich enger an Maxwell anschliesst. In ihm wird das *Vectorpotential* eines der Vektoren  $K$  und  $H$  benutzt. Wir

wollen  $H$  auswählen und das Potential mit  $\Gamma$  bezeichnen, dann ist zu setzen:

$$(7) \quad H_x = -\left(\frac{\partial \Gamma_z}{\partial y} - \frac{\partial \Gamma_y}{\partial z}\right), \quad H_y = -\left(\frac{\partial \Gamma_x}{\partial z} - \frac{\partial \Gamma_z}{\partial x}\right), \\ H_z = -\left(\frac{\partial \Gamma_y}{\partial x} - \frac{\partial \Gamma_x}{\partial y}\right).$$

Damit wird  $\Gamma$  noch nicht bestimmt; vor allem kommt in Betracht, dass der Wert von

$$\frac{\partial \Gamma_x}{\partial x} + \frac{\partial \Gamma_y}{\partial y} + \frac{\partial \Gamma_z}{\partial z}$$

willkürlich bleibt; eine passende Verfügung behalten wir uns vor.

Der Ansatz (7) erfüllt (4) und ergibt wegen (3):

$$-\frac{\partial^2 \Gamma_z}{\partial y \partial t} + \frac{\partial^2 \Gamma_y}{\partial x \partial t} = V\left(\frac{\partial K_x}{\partial y} - \frac{\partial K_y}{\partial x}\right)$$

nebst zwei ähnlichen Gleichungen. Das ganze System zeigt, dass  $VK$  sich von dem Vector  $(-\partial \Gamma_x / \partial t, -\partial \Gamma_y / \partial t, -\partial \Gamma_z / \partial t)$  nur um einen Vectoranteil unterscheiden kann, der ein scalares Potential besitzt. Bezeichnen wir dieses mit  $\Phi$ , so ist zu setzen:

$$(8) \quad K_v = -\frac{\partial \Phi}{\partial v} - \frac{1}{V} \frac{\partial \Gamma_v}{\partial t},$$

wobei  $v$  eine beliebige Richtung bedeutet. Hiermit ist nun auch das System (3) erfüllt. Es bleiben uns noch (2) und (5), (2) ergibt:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + \frac{1}{V} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial \Gamma_x}{\partial x} + \frac{\partial \Gamma_y}{\partial y} + \frac{\partial \Gamma_z}{\partial z} \right) = 0.$$

Mittels (5) folgt für eine beliebige Richtung  $v$ :

$$\frac{\partial^2 \Gamma_v}{\partial t^2} = V^2 \left( \frac{\partial^2 \Gamma_v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Gamma_v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Gamma_v}{\partial z^2} \right) \\ - V \frac{\partial}{\partial v} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial t} + V \left( \frac{\partial \Gamma_x}{\partial x} + \frac{\partial \Gamma_y}{\partial y} + \frac{\partial \Gamma_z}{\partial z} \right) \right).$$

Ueber die Unbestimmtheit in  $\Gamma$  verfügend setzen wir nun:

$$(9) \quad \frac{\partial \Phi}{\partial t} + V \left( \frac{\partial \Gamma_x}{\partial x} + \frac{\partial \Gamma_y}{\partial y} + \frac{\partial \Gamma_z}{\partial z} \right) = 0.$$



Dann folgt als Ersatz für (2) und (5):

$$(10) \quad \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = V^2 \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \right);$$

$$(11) \quad \frac{\partial^2 \Gamma_r}{\partial t^2} = V^2 \left( \frac{\partial^2 \Gamma_r}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Gamma_r}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Gamma_r}{\partial z^2} \right).$$

(9), (10), (11) in Verbindung mit (7) und (8) stellen das angekündigte *Maxwell'sche Gleichungssystem* dar. Wie wir erkennen, ist es nicht symmetrisch. Das scheint zunächst ein Nachteil (der übrigens leicht beseitigt werden könnte), ist es aber in Wirklichkeit nicht, denn bei der Einordnung der Theorie der Optik in die Theorie der Elektrodynamik kommen wir so in die Lage, uns genau der erfahrungsgemäss bestehenden Unsymmetrie der elektrischen und magnetischen Erscheinungen anzupassen.

Maxwell benutzte nicht die vereinfachende Beziehung (9). Ihm war nämlich  $\Gamma$  nicht wie uns eine blosse mathematische Hilfsgrösse, sondern eine Function des Zustandes von besonderer Bedeutung, und so musste er den Wert von

$$\frac{\partial \Gamma_x}{\partial x} + \frac{\partial \Gamma_y}{\partial y} + \frac{\partial \Gamma_z}{\partial z},$$

obgleich „not related to any physical phenomenon“, unbestimmt lassen. In einer interessanten in Abschnitt 12 citirten Arbeit von Levi-Civita (1897) ergab sich (9) als Folgerung aus hypothetischen Annahmen über  $\Phi$  und  $\Gamma$ .

4. *Elektrische Ladung.* Nach Maxwell's Theorie lassen sich die elektrische und die magnetische Erregung im freien Aether durch eines der Vektorenpaare  $K$  und  $H$  der Optik darstellen. Da wir die soeben berührte Unsymmetrie berücksichtigen müssen, ist in unserem Falle die „elektrische Kraft“ mit  $K$ , die „magnetische Kraft“ mit  $H$  zu bezeichnen.

Für einen Raum, in dem die Gleichungen (2) und (4) überall erfüllt sind, ergeben sich für jede geschlossene Fläche die Sätze:

$$\int d\sigma K_n = 0, \quad \int d\sigma H_n = 0.$$

$d\sigma$  bedeutet ein Oberflächenelement,  $n$  die Normale; der Index  $n$  soll daran erinnern, dass es sich um eine geschlossene

Fläche handelt. Liegt die Fläche zwar selbst im freien Aether, umschliesst sie aber Materie, so werden (2) und (4) unbrauchbar, und es lässt sich mittels (3) und (5) nur folgern, dass die Flächenintegrale von der Zeit unabhängig sind; (2) und (4) ergeben dann zugleich, dass alle Flächen, welche dieselbe Materie umschliessen, auch dieselben Werte der Integrale haben müssen. Die Erfahrung lehrt, dass nur für die elektrische Erregung, nicht aber für die magnetische, von 0 verschiedene Werte auftreten können.

Wir setzen demgemäss:

$$\int d\sigma K = 4\pi e, \quad \int d\sigma H = 0.$$

Die Grösse  $e$ , welche auf die nach aussen weisende Normale bezogen werden soll, hängt dann allein von der eingeschlossenen Materie ab, nicht von der besonderen Gestalt der umschliessenden Fläche. Sie heisst die „Gesamtmenge der in der Materie enthaltenen Elektrizität“.

Kommen zwei Körper in zeitweilige Berührung, so zeigen sie erfahrungsgemäss oftmals nachher andere Ladungen als vorher. Nach unseren eben abgeleiteten Sätzen muss dabei die Summe der Ladungen die Berührung überdauern, der eine Körper muss also gerade so viel gewonnen haben, als der andere verloren hat. Der Satz von der Erhaltung der Elektrizität erscheint hiernach als Folgerung aus (5).

Aus der Elektrolyse ist zu schliessen, dass die elektrische Ladung an der molecularen Structur der Materie Anteil hat, indem die einzelnen Atome oder Atomgruppen nur eine ganz bestimmte positive oder negative Ladung oder ein ganzzahliges Vielfaches von dieser annehmen können.

5. Was bedeutet nun eine Veränderung der Ladung? Bis vor kurzem bot diese Frage für die Elektrodynamik besondere Schwierigkeiten. H. A. Lorentz schrieb 1895<sup>1)</sup>: „Ist somit die Annahme dieses Ueberganges oder Austausches der Ionenladungen — eines freilich noch sehr dunklen Vorganges — die unerlässliche Ergänzung jeder Theorie, welche eine Fortführung

1) Versuch einer Theorie der elektrischen und optischen Erscheinungen in bewegten Körpern p. 6 und 7. Leiden 1895.



der Elektrizität durch Ionen voraussetzt, so besteht ein anhaltender elektrischer Strom auch nie in einer Convection allein, . . . Hr. Giese ist der Meinung, dass in den Metallen eine wirkliche Convection gar nicht im Spiele sei. Da es aber nicht möglich scheint, das „Überspringen“ der Ladungen in die Theorie aufzunehmen, so wolle man entschuldigen, dass ich meinerseits von einem solchen Vorgange gänzlich absehe und mir einen Strom in einem Metalldraht einfach als eine Bewegung geladener Teilchen denke.“ Ganz ähnlich musste ich mich in meinen theoretischen Arbeiten über die Elektrodynamik verhalten. Befriedigend erscheint nur ein Ausweg, auf den unter anderen Helmholtz 1881 in einem Faraday zu Ehren gehaltenen Vortrag hinwies: *Wir müssen die Elektrizität ganz so körperlich auffassen wie die Materie, das heisst, wir müssen auch ihr bestimmte unveränderliche Atome zuschreiben.*

Als „imponderabel“ im Sinne der älteren Anschauungen dürfen wir die elektrischen Atome freilich nicht ansehen, denn als Folge der mit der Bewegung im Aether verbundenen elektrodynamischen Vorgänge ergibt sich eine *kinetische Energie*, also *Masse* im Sinne der Mechanik. Bedenken wir noch den Anteil, welchen die elektrischen Teilchen an dem Aufbau der sinnlich wahrnehmbaren Materie nehmen, so erscheinen sie als diese selbst. „Es bietet sich so die lockende Aussicht, Materie und Elektrizität unter einem höheren Gesichtspunkt zu vereinigen.“ Als ich dieses in einer 1894 veröffentlichten Skizze einer Theorie der Elektrodynamik schrieb, musste der rein hypothetische Charakter scharf hervorgehoben werden. Noch im Frühjahr 1896 vermochte ich bei der ausführlichen Darstellung der Theorie als Grenzen für das Atomgewicht der besonderen elektrischen Atome, welche bei dem Wechsel der molecularen Ladungen ausgetauscht werden, nur die recht weit auseinander liegenden Zahlen  $10^{-7}$  und 1 anzugeben. Seit jener Zeit aber ergab sich schnell grössere Sicherheit. Es kam im selben Jahre die Entdeckung Zeeman's und ihre Erklärung durch H. A. Lorentz, welche die Vermutung nahelegt, dass das Atomgewicht der besonderen elektrischen Atome etwa  $\frac{1}{1000}$  ist. Mich selbst führten im Winter Untersuchungen über die Kathodenstrahlen zu der Folgerung, dass

diese aus den besonderen elektrischen Atomen bestehen, und dass ihr Atomgewicht etwa  $\frac{1}{2000}$  bis  $\frac{1}{4000}$  beträgt.<sup>1)</sup>

Es ist wohl bekannt, eine wie grosse Zahl von Arbeiten später erschienen ist, welche diese Resultate befestigen und nach vielen Seiten hin ergänzen. Die Zahlwerte für beide Phänomene wurden genauer bestimmt und kamen einander näher.

6. *Elektronentheorie der Elektrodynamik.* Fassen wir alles zusammen, so kann nun mit grosser Zuversicht folgendes behauptet werden:

*Die Ladung eines jeden materiellen Teilchens ist diesem ein für allemal eigentümlich, ändert sich also niemals.*

Um den eigentlichen Sinn der Hypothese recht scharf zu erfassen, muss man sich erinnern, dass wir in der „Menge der Elektrizität“ ein Maass für die elektrodynamische Verkettung mit dem Aether erkannten. Es tritt dann sogleich hervor, dass weiter nichts ausgesagt wird, als dass die elektrodynamische Verkettung mit dem Aether, soweit sie sich in der „Menge der Elektrizität“ messen lässt, jedem materiellen Teilchen ein für allemal eigentümlich ist.

Ein elektrischer Leitungsstrom ist hiernach stets zugleich als Strom materieller Teile aufzufassen. Für die elektrolytische Leitung wurde dieses seit langem anerkannt. Neu ist nur, dass wir auch für die metallische Leitung etwas Aehnliches annehmen müssen. Sollte es allein besondere negative elektrische Atome geben und nicht auch positive Atome ähnlicher Art, so würde die Bewegung nur in der negativen Richtung des elektrischen Stromes erfolgen.

Wie H. A. Lorentz zuerst gezeigt hat, ist es möglich, die elektrodynamischen Vorgänge allein als Folge von Bewegungen elektrischer Teilchen anzusehen. Es mag wohl sein, dass die wirklichen Erscheinungen damit nicht erschöpft werden, wir haben aber jedenfalls bei der Ausarbeitung der Theorie vorläufig das Recht, diese vereinfachende Voraussetzung zu machen.

*Damit kommen wir nun zu den Grundvorstellungen der alten Theorien zurück. Der ganze Unterschied ist, dass wir die elektrischen Flüssigkeiten nicht mehr imponderabel, sondern materiell*

1) E. Wiechert, Phys.-ökonom. Gesellsch. zu Königsberg i. Pr. 38. 7. Januar 1897.

auffassen. Die kleinste moleculare Ladung hat von Stoney (1874) den Namen „Elektron“ erhalten. Da wir sie in den Mittelpunkt unserer Theorie stellen, können wir diese auch die „Elektronentheorie“ der Elektrodynamik nennen.

7. *Feldgleichungen.* Für den freien Aether nahmen wir an (Abschnitt 3):

$$\begin{aligned}\frac{\partial K_x}{\partial t} &= -V \left( \frac{\partial H_y}{\partial y} - \frac{\partial H_z}{\partial z} \right), & \frac{\partial H_x}{\partial t} &= V \left( \frac{\partial K_z}{\partial y} - \frac{\partial K_y}{\partial z} \right), \\ \frac{\partial K_y}{\partial t} &= -V \left( \frac{\partial H_z}{\partial z} - \frac{\partial H_x}{\partial x} \right), & \frac{\partial H_y}{\partial t} &= V \left( \frac{\partial K_x}{\partial z} - \frac{\partial K_z}{\partial x} \right), \\ \frac{\partial K_z}{\partial t} &= -V \left( \frac{\partial H_x}{\partial x} - \frac{\partial H_y}{\partial y} \right), & \frac{\partial H_z}{\partial t} &= V \left( \frac{\partial K_y}{\partial x} - \frac{\partial K_x}{\partial y} \right), \\ \frac{\partial K_x}{\partial x} + \frac{\partial K_y}{\partial y} + \frac{\partial K_z}{\partial z} &= 0; & \frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} + \frac{\partial H_z}{\partial z} &= 0.\end{aligned}$$

Für materielle Systeme ändern sich diese Gleichungen, weil wir auf die Elektronen Rücksicht nehmen müssen. Doch ist es nicht nötig, noch weitere Hypothesen zu machen, denn unsere Annahme, dass der Aether mit gleichen Eigenschaften auch die Materie durchdringt, führt das hingeschriebene System über in

$$(12) \quad \begin{cases} \frac{\partial K_x}{\partial t} = -V \left( \frac{\partial H_y}{\partial y} - \frac{\partial H_z}{\partial z} \right) - 4\pi\gamma_x, \\ \frac{\partial K_y}{\partial t} = -V \left( \frac{\partial H_z}{\partial z} - \frac{\partial H_x}{\partial x} \right) - 4\pi\gamma_y, \\ \frac{\partial K_z}{\partial t} = -V \left( \frac{\partial H_x}{\partial x} - \frac{\partial H_y}{\partial y} \right) - 4\pi\gamma_z. \end{cases}$$

$$(13) \quad \begin{cases} \frac{\partial H_x}{\partial t} = V \left( \frac{\partial K_z}{\partial y} - \frac{\partial K_y}{\partial z} \right), \\ \frac{\partial H_y}{\partial t} = V \left( \frac{\partial K_x}{\partial z} - \frac{\partial K_z}{\partial x} \right), \\ \frac{\partial H_z}{\partial t} = V \left( \frac{\partial K_y}{\partial x} - \frac{\partial K_x}{\partial y} \right). \end{cases}$$

$$(14) \quad \frac{\partial K_x}{\partial x} + \frac{\partial K_y}{\partial y} + \frac{\partial K_z}{\partial z} = 4\pi\chi,$$

$$(15) \quad \frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} + \frac{\partial H_z}{\partial z} = 0,$$

wobei  $\gamma$  den elektrischen Strom,  $\chi$  die elektrische Dichte bezeichnet, und als Folge der vorstehenden Gleichungen

$$(16) \quad -\frac{\partial \chi}{\partial t} = \frac{\partial \gamma_x}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_y}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_z}{\partial z}$$

hervorgeht. Dieses System fasst alle Erfahrungssätze über die elektrische und magnetische Felderregung zusammen.  $K, H, \gamma, \chi$  stellen innerhalb der Materie Mittelwerte dar, wie es der Annahme der molecularen Constitution entspricht.

$\gamma$  summiert eine Reihe verschiedener physikalischer Vorgänge: die „Convection“, den „Leitungsstrom“, die „dielektrische Polarisation“ und die „Magnetisirung“.

Das Gleichungssystem (12) bis (16) lehnt sich an Hertz (und Heaviside) an. In der Maxwell'schen Darstellungsweise erhalten wir für die Bezeichnungen des Abschnitts 3:

$$(17) \quad \begin{cases} H_x = - \left( \frac{\partial I_y}{\partial y} - \frac{\partial I_z}{\partial x} \right), & H_y = - \left( \frac{\partial I_z}{\partial x} - \frac{\partial I_x}{\partial y} \right), \\ & H_z = - \left( \frac{\partial I_x}{\partial y} - \frac{\partial I_y}{\partial x} \right). \end{cases}$$

$$(18) \quad K_v = - \frac{\partial \Phi}{\partial v} - \frac{1}{V} \frac{\partial I_v}{\partial t},$$

$$(19) \quad \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = V^2 \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \right) + 4\pi V^2 \chi,$$

$$(20) \quad \frac{\partial^2 I_v}{\partial t^2} = V^2 \left( \frac{\partial^2 I_v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 I_v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 I_v}{\partial z^2} \right) + 4\pi V \gamma_v,$$

$$(21) \quad - \frac{\partial \chi}{\partial t} = \frac{\partial \gamma_x}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_y}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_z}{\partial z}.$$

Die letzte Gleichung formulirt den Satz von der Erhaltung der Elektricität; die Beziehung:

$$(22) \quad \frac{\partial \Phi}{\partial t} + V \left( \frac{\partial I_x}{\partial x} + \frac{\partial I_y}{\partial y} + \frac{\partial I_z}{\partial z} \right) = 0$$

erscheint hier als Folge von (19), (20), (21).

Das System (17) bis (21) ist mit dem System (12) bis (15) ganz gleichwertig, kann also wie dieses als Fundamentalsystem für die Felderregungen genommen werden.

8. *Einwirkung des Aethers auf die Materie.* Bisher haben wir allein die Erregung des Aethers beachtet, sodass die Grundlagen für die Theorie der Elektrodynamik noch nicht vollständig sind. Es fehlt die Feststellung der Einwirkung des Aethers auf die Materie. H. A. Lorentz hat als der erste (1892) gezeigt, dass dafür die beiden folgenden Hypothesen genügen:

Ein elektrisches Teilchen der Ladung  $e$  erfährt unabhängig von seiner Bewegung wegen der elektrischen Erregung des Aethers eine mechanische Kraft  $\parallel K$  von der Intensität  $e K$ .

Ein elektrisches Teilchen der Ladung  $e$ , das sich mit der Geschwindigkeit  $v$  bewegt, erfährt wegen der magnetischen Erregung des Aethers eine mechanische Kraft  $\perp v$  und  $\perp H$  von der Intensität  $e v H \sin(v, H) / V$ .

9. *Schlussbemerkungen.* Der Kreis der grundlegenden Hypothesen für eine Theorie der Elektrodynamik ist nun vollständig. Es sind ihrer angesichts der Fülle der umfassten Erscheinungen nur sehr wenige, und alle schliessen sich enge an die Erfahrung, oder wählen aus dem Möglichen das Einfachste heraus: die Gesetze der Lichtbewegung im freien Aether, Maxwell's Annahme, dass dabei magnetische und elektrische Erregungen ins Spiel kommen, die Voraussetzung eines überall vorhandenen, überall ruhenden, überall gleich beschaffenen Trägers dieser Erregungen, den wir „Aether“ nennen, die Vorstellung, dass die Wechselwirkungen zwischen Aether und Materie sich allein an elektrische Teilchen und ihre Bewegungen knüpfen, endlich die beiden Gesetze des vorigen Abschnittes.

Der elektrodynamischen Energie wurde bisher noch nicht gedacht. Es geschah dieses absichtlich, um zu zeigen, dass sie bei der Feststellung der Grundvorstellungen nicht berücksichtigt zu werden braucht. Wenn man nun aber das Princip der Energie anwendet, so ergibt sich, dass dem elektrodynamisch erregten Aether Energie zugeschrieben werden muss, und dass man den Anforderungen des Principes am einfachsten mittels der Maxwell'schen Energieformel und der Poynting'schen Vorstellung der Energieströmung genügt.

## II. Elementargesetze.

10. *Formulirung des Problems.* Charakteristisch für die entwickelte Theorie ist es, dass sie eine Fortpflanzung der elektrodynamischen Erregungen mit der Lichtgeschwindigkeit im freien Aether annimmt. Es entsteht daher die Vermutung, dass es möglich sein müsse, die jeweilige Erregung an irgend einer Stelle als Folge von Vorgängen darzustellen, die in jeder Raumstelle zu so weit zurückliegenden Zeiten stattfanden, als

jener Ausbreitungsgeschwindigkeit entspricht. Da wir ferner annehmen, dass alle Aethererregungen ihren Ursprung in den elektrischen Teilchen haben, so werden wir vermuten, dass es auch möglich sein müsse, im Sinne der alten Theorien die entscheidenden Vorgänge allein auf diese elektrischen Teilchen zu beziehen.

Aehnliche Probleme sind in der Elasticitätstheorie sowie in der Optik schon vielfach behandelt worden, und wir kommen leicht zu unserem Ziel, wenn wir von den so entwickelten Methoden Gebrauch machen. Ich will im Folgenden den Weg gehen, auf welchen von Beltrami das Huygens'sche Princip analytisch formulirt wurde.

11. *Elementargesetz für Raumelemente.* Es wäre nicht zweckmässig, direct an die Gleichungen für  $K$  und  $H$  anzuknüpfen, weil die Trennung beider Vektoren zu unbequemen Nebenbedingungen führt. Man pflegt in solchen Fällen passende Hilfsgrössen einzuführen. In unserem Falle ist das in  $\Gamma$  und  $\Phi$  schon geschehen, wir werden also ohne weiteres das System:

$$(19) \quad \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = V^2 \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \right) + 4\pi V^2 \chi,$$

$$(20) \quad \frac{\partial^2 \Gamma_r}{\partial t^2} = V^2 \left( \frac{\partial^2 \Gamma_r}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Gamma_r}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Gamma_r}{\partial z^2} \right) + 4\pi V^2 \frac{\gamma_r}{V}$$

zur Bestimmung von  $\Phi$  und  $\Gamma$  verwerten können.

Beltrami<sup>1)</sup> benutzt folgenden mathematischen Hülssatz: Ist  $U$  eine Function der Coordinaten  $x, y, z$  und  $r$ , so gilt für einen beliebigen Raumpunkt (0):

$$4\pi U_0 = \int d\sigma \left( \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{U}{r} \right) \cos(n, r) - \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial n} \right) + \int \frac{d\omega}{r} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} - \left( \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right) \right),$$

wenn unter  $r$  die Entfernung von (0) verstanden wird, das erste Integral sich auf eine beliebige den Punkt (0) umgebende

1) E. Beltrami, R. Accad. d. Lincei, Rend. (2) 4. p. 51. 1895, eine deutsche Darstellung giebt W. Voigt, Compendium d. theoret. Physik 2. p. 776. Leipzig 1896.



Fläche, das zweite sich auf den eingeschlossenen Raum bezieht.  $n$  bedeutet die nach innen weisende Normale. Bei der Differentiation nach  $r$  hat man  $x, y, z$ , bei den Differentiationen nach  $n, x, y, z$  dagegen  $r$  als constant anzusehen. In unserem Falle denken wir uns die Fläche ins Unendliche gerückt und nehmen an, dass dann das zugehörige Integral gleich Null gesetzt werden darf. Dann bleibt:

$$4\pi U_0 = \int \frac{d\omega}{r} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} - \left( \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right) \right).$$

Hierin setzen wir  $r = (t_0 - t) V$ , wobei  $t_0$  als Constante,  $t$  als Variable aufgefasst wird, sodass  $U$  in eine Function von  $x, y, z$  und  $t$  übergeht, und erhalten:

$$4\pi (U_0)_{t=t_0} = \int \frac{d\omega}{r} \left( \frac{1}{V^2} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} - \left( \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right) \right)_{t=t_0 - \frac{r}{V}}.$$

Wenden wir diesen Satz auf  $\Phi$  und  $\Gamma_v$  an, so ergibt sich mittels der Differentialgleichungen (19) und (20) sofort:

$$(23) \quad \Phi_{t=t_0} = \int \frac{d\omega}{r} \chi_{t=t_0 - \frac{r}{V}},$$

$$(24) \quad (\Gamma_v)_{t=t_0} = \int \frac{d\omega}{r} \left( \frac{\gamma_v}{V} \right)_{t=t_0 - \frac{r}{V}},$$

womit folgendes ausgesagt ist: Man erhält den Wert von  $\Phi$  und  $\Gamma_v$  für irgend eine Stelle (0) und irgend eine Zeit  $t_0$  durch Summation der Anteile

$$\frac{d\omega}{r} \chi \quad \text{und} \quad \frac{d\omega}{r} \frac{\gamma_v}{V}$$

für alle Volumenelemente  $d\omega$ . Dabei bedeutet  $r$  den Abstand des Volumenelementes von (0) und sind für  $\chi$  bezüglich  $\gamma_v$  diejenigen Werte zu wählen, welche zu einer so weit zurückliegenden Zeit bestanden, dass eine damals mit der Lichtgeschwindigkeit ausgehende Erregung gerade zur Zeit  $t_0$  in (0) eingetroffen wäre. Die Potentialanteile der einzelnen Volumenelemente scheinen sich hiernach mit Lichtgeschwindigkeit auszubreiten.

In den Gesetzen (23) und (24) nebst den Formeln (17), (18) zur Bestimmung von  $K$  und  $H$  und dem Satze von der Erhaltung der Elektrizität (21) ist uns eine neue Darstellung der Feldgleichungen gegeben, welche nach dem Vorbild der alten Theorien die Nahwirkungen durch Fernkräfte ersetzt.

12. *Historische Bemerkungen.* Die Formel (19) mit dem sich anschliessenden Satze (23), der hier unter Benutzung eines Beltrami'schen Hülfsatzes abgeleitet wurde, suchte schon Riemann<sup>1)</sup> 1858 für die Elektrodynamik zu verwerten. Da er aber nur auf die elektrische Kraft — nicht auch auf die magnetische — Rücksicht nahm, musste sein Vorgehen unfruchtbar bleiben. (23) und (24) oder entsprechende Sätze wurden dann später von Poincaré<sup>2)</sup> (1891) und in ausgedehntestem Maasse von H. A. Lorentz<sup>3)</sup> (1892 und 1895) verwertet. Levi-Civita<sup>4)</sup> zeigte 1897, dass man zu den Hertz-Heaviside'schen Formeln gelangt, wenn für die Helmholtz'sche Theorie ähnliche Formeln wie (23) und (24) angenommen werden.

13. *Elementargesetz für Elektronen.* Es bleibt uns nun noch ein letzter Schritt: *Wir müssen nach dem Vorgang von W. Weber die elektrodynamische Wirkung der Materie in die Anteile der einzelnen Elektronen auflösen.* Damit kommen wir denn zu dem eigentlichen Thema der vorliegenden Arbeit.

Zunächst könnte vermutet werden, dass im Anschluss an (23) und (24) für ein einzelnes *Elektron der Ladung*  $e = \int d\omega x$  *und der Geschwindigkeit*  $v$  einfach

$$\Phi_{t=t_0} = \frac{e}{r_{t=t_0 - \frac{r}{v}}}, \quad (I_r)_{t=t_0} = e \left( \frac{1}{r} \frac{v_r}{V} \right)_{t=t_0 - \frac{r}{v}},$$

zu setzen sei, und in der That wurde das seiner Zeit von Riemann für  $\Phi$  vorausgesetzt. Dieser Weg führt aber zu Widersprüchen mit den fundamentalen Annahmen unserer Theorie, wie sich zum Beispiel bei der Behandlung irgend einer der Probleme in Teil III sogleich zeigen würde, ist also ungangbar. Es liegt dies daran, dass es nicht erlaubt ist, schon vor der Anwendung der Formeln (23) und (24) zu der Grenze eines punktförmigen Körpers überzugehen; jene Formeln gelten

1) B. Riemann, Pogg. Ann. 131. p. 287. 1857.

2) H. Poincaré, Compt. rend. 113. p. 515. 1891.

3) H. A. Lorentz, La théorie électromagnétique de Maxwell etc. Leiden 1892, auch Arch. Néerl. 25. p. 363. 1892; Versuch einer Theorie etc., Leiden 1895.

4) Levi-Civita, Nuovo Cimento (4) 6. p. 93. 1897.



ja für räumlich verteilte Elektrizität, verlangen also, dass der Grenzübergang erst nach ihrer Anwendung gemacht werde. Es kommt auf dasselbe hinaus, wenn wir sagen, dass die Formeln (23) und (24) nur auf unendlich kleine, nicht aber auf punktförmige Körper angewandt werden dürfen.

Dabei soll noch angenommen werden, dass der Körper, den wir Elektron nennen wollen, allseitig symmetrisch gebaut sei und keine Drehungen ausführe. Andernfalls müssten Mittelwerte gebildet werden.

(1) sei diejenige Lage des Körpermittelpunktes zu der früheren Zeit  $t_1$ , von der aus eine mit der Lichtgeschwindigkeit  $V$  ausgehende Erregung gerade zur Zeit  $t_0$  im Punkte (0) ankäme. Wird dann der Abstand (0)–(1) mit  $r_1$  bezeichnet, so gilt:

$$t_1 = t_0 - \frac{r_1}{V}.$$

Wegen der vorausgesetzten unendlich kleinen Ausdehnung des Elektrons kommen bei der Anwendung von (23):

$$\Phi_{t=t_0} = \int \frac{d\omega}{r} \chi_{t=t_0} - \frac{v}{V}$$

nur Zeiten  $t$  und Entfernungen  $r$  in Betracht, die unendlich nahe an  $t_1$  und  $r_1$  liegen. Die scheidenden Kugelflächen dürfen im Bereiche des Elektrons als Ebenen gelten.  $r - r_1$  ist ihr Abstand von (1). Bei der Integration ordnet sich jeder Ebene ein gewisser Schnitt durch das Elektron zu; wir fragen, wie dessen Abstand  $R$  vom Mittelpunkt mit  $r - r_1$  zusammenhängt. Ist  $v$  die Geschwindigkeit des Elektrons, so liegt sein Mittelpunkt zur Zeit  $t$  in der Entfernung  $(t - t_1)v \cos(v, r)$  von der Ebene durch (1). Hieraus folgt sogleich:

$$R = r - r_1 - (t - t_1)v \cos(v, r),$$

und daher wegen  $r = (t_0 - t)V$ ,  $r_1 = (t_0 - t_1)V$ :

$$R = (r - r_1) \left( 1 + \frac{v}{V} \cos(v, r) \right).$$

Bei der Integration zur Bildung von  $\Phi$  sind für jeden Schnitt  $r = \text{const.}$  diejenigen Werte  $\chi$  zu wählen, welche zu  $R$  gehören, die Integration darf also so ausgeführt werden, als wenn das Elektron mit seinem Mittelpunkt in (1) still stände,

vorausgesetzt, dass wir uns seine Dimensionen ohne Aenderung der  $\chi$ -Werte parallel  $r_1$  im Verhältnis von

$$|R| : |r - r_1| = \left| 1 + \frac{v}{V} \cos(v, r) \right| : 1$$

verändert denken. Die Zeichen  $|$  sollen andeuten, dass die absoluten Werte zu nehmen sind. Die Variation des Nenners  $r$  kommt bei unendlich kleinen Dimensionen nicht in Betracht, so erhalten wir denn

$$\begin{aligned} \Phi_{t=t_0} &= \left( \frac{1}{r \left| 1 + \frac{v}{V} \cos(v, r) \right|} \int d\omega \chi \right)_{t=t_0 - \frac{r}{V}} \\ &= \left( \frac{1}{r \left| 1 + \frac{v}{V} \cos(v, r) \right|} \right)_{t=t_0 - \frac{r}{V}}. \end{aligned}$$

Für  $\Gamma$ , gestaltet sich alles ähnlich, wobei  $v$  für  $\int d\omega \chi$ , zu setzen ist, wir erhalten also als *Elementargesetz* für ein einzelnes Elektron das Gleichungspaar:

$$\begin{aligned} (25) \quad \Phi_{t=t_0} &= \left( \frac{1}{r \left| 1 + \frac{v}{V} \cos(v, r) \right|} \right)_{t=t_0 - \frac{r}{V}} \\ (\Gamma_r)_{t=t_0} &= \left( \frac{\frac{v_r}{V}}{r \left| 1 + \frac{v}{V} \cos(v, r) \right|} \right)_{t=t_0 - \frac{r}{V}}. \end{aligned}$$

Bei der Bildung von  $\cos(v, r)$  ist für  $r$  die von (0) zum Elektron hinführende Richtung zu nehmen,  $v \cos(v, r)$  bedeutet also die von (0) fortweisende Komponente von  $v$ .

Ganz wie zu erwarten, wird durch die Bedingung  $t = t_0 - (r/V)$  für die Bestimmung von  $\Phi$  bez.  $\Gamma$ , diejenige frühere Lage des Elektrons ausgewählt, von welcher aus eine mit der Lichtgeschwindigkeit  $V$  sich ausbreitende Erregung zur Zeit  $t_0$  in den betrachteten Punkt eintrifft. Eventuell giebt es mehrere solche Lagen, dann ist  $\Phi$  bez.  $\Gamma$ , als Summe der einzelnen Anteile zu setzen.

Solange  $v$  kleiner als die Lichtgeschwindigkeit  $V$  ist, kann  $1 + v \cos(v, r)/V$  nur positiv sein. Für  $v > V$  sind auch negative Werte möglich; in einem solchen Falle kommt die Bedingung zur Geltung, dass der absolute Wert gelten soll: es ist dann  $-(1 + v \cos(v, r)/V)$  einzusetzen.

Sind im Felde beliebig viele Elektronen vorhanden, so addiren sich ihre durch (25) und (26) bestimmten Anteile zu  $\Phi$  und  $\Gamma_v$ ; wir erhalten dann unter Hinzunahme von

$$K_v = -\frac{\partial \Phi}{\partial v} - \frac{1}{V} \frac{\partial \Gamma_v}{\partial t} \quad \text{und} \quad H_v = -\left( \frac{\partial \Gamma_\mu}{\partial \lambda} - \frac{\partial \Gamma_\lambda}{\partial \mu} \right),$$

wobei  $\lambda, \mu, v$  eine beliebige cyklische Folge der  $x, y, z, x \dots$  bedeutet, eine Darstellung der Felderregung, welche im Sinne der W. Weber'schen Anschauungen auf die einzelnen elektrischen Teilchen zurückgeht.

Charakteristisch ist, dass wir die Elektronen als punktförmig ansehen. In Fällen, wo dieses nicht erlaubt sein sollte, müssten wir die Elektronen in Volumenelemente auflösen, und  $\epsilon$  durch  $\chi d\omega$  ersetzen.

### III. Einige Anwendungen des Elementargesetzes der Elektronen.

14. *Lineare stationäre oder halbstationäre Ströme.* Um die Brauchbarkeit des Elementargesetzes (25), (26) der Elektronen zu zeigen, sollen nun noch einige Anwendungen gegeben werden. Zunächst wenden wir uns zu dem klassischen Problem der älteren Theorien, welches durch die linearen Ströme geboten wird.

Die Ströme seien stationär, ihre Leiter in *Ruhe*. Um  $\Phi$  und  $\Gamma$  für den Punkt (0) zu bilden, ist es unsere Aufgabe, die Anteile, welche durch das Elementargesetz angegeben werden, über alle Elektronen zu summiren. Wir denken uns um (0) zwei Kugelflächen  $r$  und  $r - dr$  construiert, welche das Linienelement  $d\lambda$  aus einem der Stromleiter heraus-schneiden, und für die Anwendung des Elementargesetzes das Zeitelement zwischen

$$t = t_0 - \frac{r}{V} \quad \text{und} \quad t + dt = t_0 - \frac{r - dr}{V}$$

von der Länge

$$dt = \frac{dr}{V}$$

abgrenzen. Welche Elektronen kommen für  $dt$  in Betracht? Da wir nicht durchweg gleiche Geschwindigkeit voraussetzen dürfen, betrachten wir zunächst diejenige Gruppe, deren Geschwindigkeit parallel zu  $d\lambda$  zwischen  $v$  und  $v + dv$  liegt.

$d\chi$  sei die Liniendichte ihrer Elektrizität, also  $d\chi d\lambda$  die Elektrizitätsmenge, welche sie für  $d\lambda$  ergeben. Ein Elektron, welches sich zur Zeit  $t$  auf der Kugelfläche  $r$ , im Endpunkt von  $d\chi$  befand, ist zur Zeit  $t + dt$  um

$$v dt = \frac{v}{V} dr = \frac{v}{V} \cos(v, r) d\lambda$$

herausgerückt. Bei der Summation gehören also zu  $dt$  bez.  $dr$  und  $d\lambda$  nicht nur die Elektronen auf einer Strecke  $d\lambda$ , sondern alle auf einer Strecke

$$d\lambda + v dt = d\lambda \left(1 + \frac{v}{V} \cos(v, r)\right),$$

und  $d\lambda$  ergibt demgemäss zu  $\Phi$  den Beitrag:

$$d\Phi = \int d\chi \frac{d\lambda \left(1 + \frac{v}{V} \cos(v, r)\right)}{r \left(1 + \frac{v}{V} \cos(v, r)\right)} = \frac{d\lambda \int d\chi}{r} = \frac{de}{r},$$

wenn  $de$  die jeweilig auf  $d\lambda$  befindliche Elektrizitätsmenge bedeutet. Für  $\Phi$  gilt hiernach auch in stationären linearen Stromsystemen die Formel der Elektrostatik:

$$\Phi = \int \frac{de}{r}.$$

Um  $\Gamma$  zu bilden, müssen wir bedenken, dass die Elektronen mit einer zwischen  $v$  und  $v + dv$  liegenden Geschwindigkeit, zur Stromstärke  $i$  den Beitrag  $di = v d\chi$  liefern, also zu  $\Gamma_v$  den Beitrag:

$$\frac{d\chi d\lambda \left(1 + \frac{v}{V} \cos(v, r)\right)}{v \left(1 + \frac{v}{V} \cos(v, r)\right)} \cdot \frac{v \cos(v, r)}{V} = \frac{di d\lambda \cos(\lambda, r)}{V r}.$$

Hieraus folgt für  $d\lambda$  der Anteil

$$d\Gamma_v = \frac{i}{V} \cdot \frac{d\lambda \cos(\lambda, r)}{r},$$

und für das Stromsystem im ganzen die bekannte Formel:

$$\Gamma_v = \int \frac{i}{V} \cdot \frac{d\lambda \cos(\lambda, r)}{r},$$

welche die Verteilung der magnetischen Kraft angiebt und in Verbindung mit dem zweiten Satz von Abschnitt 8 über die

mechanische Einwirkung des magnetisch erregten Aethers auch die ponderomotorischen Kräfte zwischen Stromsystemen der Erfahrung entsprechend darstellt.

Verändern sich die Ströme sehr langsam, sind sie „halbstationär“, so werden unsere Formeln für  $\Phi$  und  $\Gamma$  doch noch näherungsweise gültig bleiben. Wir erhalten dann mittels

$$K_v = - \frac{\partial \Phi}{\partial v} - \frac{1}{V} \frac{\partial \Gamma_v}{\partial t}$$

in dem zweiten Gliede rechts die „inducirte elektromotorische Kraft“. Integriren wir über einen geschlossenen Ring, so ergibt sich sofort die Neumann'sche Formel, zum Zeichen, dass unsere Rechnung auch hier zu richtigen Resultaten führt. Bei der Induction in bewegten Körpern kommt gemäss dem zweiten Satz in Abschnitt 8 ein Anteil wegen der Bewegung im magnetischen Felde hinzu, welcher ebenfalls der Erfahrung genau entspricht.

15. *Elementargesetz für Volumenelemente.* Für körperliche Stromsysteme muss das Elementargesetz der Elektronen zu seinem Ausgangspunkt, dem in Abschnitt 11 angegebenen Elementargesetz für Volumenelemente zurückführen. Das dem wirklich so ist, kann man leicht nachweisen, wenn man ähnlich wie im vorigen Abschnitt die Elektronen bei der Summation ihrer Anteile zu  $\Phi$  und  $\Gamma_v$  für den Raumpunkt (0) und die Zeit  $t_0$  nach den in Rechnung kommenden Entfernungen  $r$  und Zeiten  $t$  ordnet.

Wieder mögen

$$t = t_0 - \frac{r}{V}, \quad t + dt = t_0 - \frac{r - dr}{V}, \quad dt = \frac{dr}{V}$$

zusammengehören.  $v_r$  sei die von (0) fortgerichtete Geschwindigkeitskomponente. Wir richten die Untersuchung zunächst auf die Elektronen, für welche  $v_r$  zwischen  $v_r$  und  $v_r + dv_r$  liegt; die Raumdichte ihrer Elektrizität sei  $d\chi$ . Die zur Zeit  $t$  im Abstände  $r$  befindliche Schicht hat zur Zeit  $t + dt$  einen um

$$v_r dt = \frac{v_r}{V} dr = \frac{v}{V} \cos(\nu, r) dr$$

grösseren Abstand erreicht. Für  $dr$ ,  $dt$  kommt hiernach eine Elektronenschicht von der Dicke

$d\mathbf{r} + \frac{v}{V} \cos(v, r) dr = \left(1 + \frac{v}{V} \cos(v, r)\right) dr$   
in Rechnung. Ihr Anteil an  $\Phi$  ist

$$d\Phi = \int d\sigma dr \frac{d\chi \left(1 + \frac{v}{V} \cos(v, r)\right)}{r \left(1 + \frac{v}{V} \cos(v, r)\right)} = \int d\sigma dr \frac{d\chi}{r},$$

wenn  $d\sigma$  ein Flächenelement bezeichnet. Integrieren wir über  $\chi$  und  $r$ , so folgt:

$$\Phi_{t=t_0} = \int \frac{d\omega}{r} \chi_{t=t_0} - \frac{r}{V},$$

das heisst, die frühere Formel. Für  $\Gamma_v$  ergibt sich ähnlich:

$$d\Gamma_v = \int d\sigma dr \frac{d\chi v_r \left(1 + \frac{v}{V} \cos(v, r)\right)}{r V \left(1 + \frac{v}{V} \cos(v, r)\right)} = \int d\sigma dr \frac{d\chi v_r}{r V}.$$

Nun ist  $d\chi v_r$  der Anteil der herausgegriffenen Elektronengruppe an  $d\gamma_v$ ; benutzen wir dies, integrieren über  $\gamma$  und  $r$ , so folgt der noch fehlende Satz:

$$(\Gamma_v)_{t=t_0} = \int \frac{d\omega}{r} \left(\frac{r}{V}\right)_{t=t_0} - \frac{r}{V}.$$

16. Ein einzelnes Elektron in gleichförmiger geradliniger Bewegung.<sup>1)</sup>  $v$  sei die Geschwindigkeit. Wir beziehen uns auf ein Coordinatensystem, dessen  $z$ -Axe  $\parallel v$  ist, und dessen Anfangspunkt im Orte des Elektrons zu derjenigen Zeit  $t_0$  liegt, für welche wir die Verteilung von  $\Phi$  und  $\Gamma$  suchen. So wird sich unmittelbar die Verteilung der elektrodynamischen Erregungen relativ zum Elektron ergeben.

Eine ganz einfache Rechnung lehrt, dass für den Raumpunkt (0) diejenige Lage (1) des Elektrons in Betracht zu ziehen ist, für welche  $r$  den Wert:

$$\left(\frac{v}{V} z + \sqrt{(x^2 + y^2) \left(1 - \frac{v^2}{V^2}\right) + z^2}\right) \left(1 - \frac{v^2}{V^2}\right)^{-1}$$

und

$$r \left(1 + \frac{v}{V} \cos(v, r)\right)$$

1) Dasselbe Problem für Ueberlichtgeschwindigkeit wird ebenfalls im Jubiläumbande für H. A. Lorentz (p. 652) und völlig dem hier eingeschlagenen Wege entsprechend von meinem verehrten Göttinger Collegen Th. Des Coudres behandelt (Zusatz 7. III. 1901).



den Wert

$$\sqrt{(x^2 + y^2) \left(1 - \frac{v^2}{V^2}\right) + z^2}$$

hat; wir erhalten also:

$$\Phi = \frac{1}{\sqrt{(x^2 + y^2) \left(1 - \frac{v^2}{V^2}\right) + z^2}},$$

$$\Gamma_v = \frac{v_v}{V} \frac{1}{\sqrt{(x^2 + y^2) \left(1 - \frac{v^2}{V^2}\right) + z^2}}.$$

Hieraus in Verbindung mit

$$K_v = -\frac{\partial \Phi}{\partial v} - \frac{1}{V} \frac{\partial \Gamma_v}{\partial t}, \quad H_v = -\left(\frac{\partial \Gamma_\mu}{\partial \lambda} - \frac{\partial \Gamma_\lambda}{\partial \mu}\right)$$

$$\lambda, \mu, v = \dots x, y, z, x, y, \dots$$

folgt in der That die bekannte Verteilung der Felderregungen, wenn man noch beachtet, dass wegen des von uns angenommenen sich bewegenden Coordinatensystems

$$\frac{\partial \Gamma_v}{\partial t} \text{ durch } -V \frac{\partial \Gamma_v}{\partial z}$$

zu ersetzen ist.

17. *Schwingendes Elektron.* Zum Schluss mag der für die Optik interessante Fall betrachtet werden, dass ein Elektron Sinusschwingungen vollführt. Solche Schwingungen der allgemeinsten Art lassen sich für die Theorie in lineare Schwingungen auflösen, wir können uns daher auf die Untersuchung *linearer Schwingungen* beschränken.

Der Anfangspunkt des Coordinatensystems möge in den Schwingungsmittelpunkt gelegt werden, die  $z$ -Axe der Schwingungslinie parallel. Dann dürfen wir schreiben:

$$\zeta = Z \sin 2\pi \frac{t}{T},$$

wobei  $\zeta$  die jeweilige  $z$ -Coordinate des Elektrons,  $Z$  der grösste Ausschlag,  $T$  die Periode ist. Das ausgesandte Licht hat die Wellenlänge  $\lambda = VT$ .

$\varrho$  sei der Abstand des Punktes (0) vom Anfangspunkt der Coordinaten, also vom Schwingungsmittelpunkt. Wir beschränken

uns auf den Fall, dass  $Z$  als unendlich klein gegenüber  $\lambda$  und  $\varrho$  gelten darf. Dann ist in den Formeln (25), (26) rechts:

$$\frac{1}{r \left( 1 + \frac{v}{V} \cos(v, r) \right)} \quad \text{durch} \quad \frac{1}{\varrho} \left( 1 + \frac{\zeta x}{\varrho^2} + \frac{v x}{V \varrho} \right)$$

und

$$t = t_0 - \frac{r}{V} \quad \text{durch} \quad t = t_0 - \frac{\varrho}{V} = t_0 - T \frac{\varrho}{\lambda}$$

zu ersetzen, und wir erhalten, wenn in den Schlussformeln  $t$  an Stelle von  $t_0$  geschrieben wird:

$$\Phi = \frac{t}{\varrho} + \frac{e Z}{\varrho} \frac{x}{\varrho} \left( \frac{1}{\varrho} \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{\varrho}{\lambda} \right) + \frac{2\pi}{\lambda} \cos \left( \frac{t}{T} - \frac{\varrho}{\lambda} \right) \right)$$

$$\Gamma_x = 0, \quad \Gamma_y = 0, \quad \Gamma_z = \frac{e Z}{\varrho} \frac{2\pi}{\lambda} \cos 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{\varrho}{\lambda} \right).$$

Die Formeln liefern einen wohlbekannten Fall der Ausstrahlung von einem „*leuchtenden Punkt*“.

Ueber die ausgestrahlte Energie giebt am einfachsten der Poynting'sche Satz Aufschluss. Wenden wir ihn auf sehr grosse Kugelflächen an, so folgt:

$$-\frac{dE}{dt} = \frac{e^2 Z^2}{8} \left( \frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 V,$$

wobei  $-dE$  der Energieverlust des schwingenden Systems während  $dt$  bezeichnet.

Hieran knüpft sich eine interessante Folgerung über die *Dämpfung der Schwingungen eines Elektrons* die unter der Wirkung einer mit der Entfernung proportionalen Centralkraft erfolgen. Damit die abgeleiteten Sätze näherungsweise gültig bleiben, müssen wir annehmen, dass die Dämpfung nur gering ist. Bedeutet  $m$  die effective Masse,  $k\zeta$  die zurückziehende Kraft, so ist abgesehen von dem geringfügigen Einfluss der Dämpfung:

$$m \frac{d^2 \zeta}{dt^2} = -k \zeta$$

zu setzen, woraus folgt:

$$\frac{k}{m} = \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2,$$

und für die Energie der Schwingungen:

$$E = \frac{1}{2} k Z^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 Z^2 m.$$

In Verbindung mit unserer Formel für  $-dE/dt$  ergibt sich so für die „Relaxationszeit“, das heisst die Zeit, in welcher die Amplitude auf den  $1/2,818 \dots$  Wert ihrer Grösse herabsinkt, der Wert

$$\tau = 2 \frac{E}{\frac{dE}{dt}} = \frac{3}{4\pi^2} \cdot \frac{m}{t} \cdot \frac{\lambda^2 V}{t},$$

und für den Weg, den das Licht während der Relaxationszeit zurücklegt, der Wert:

$$w = \tau V = \frac{3}{4\pi^2} \cdot \frac{m}{t} \cdot \frac{\lambda^2 V^2}{t}.$$

Wir wollen diese Formel auf den Fall der Aussendung des Lichtes einer Spectrallinie anwenden.  $\lambda$  setzen wir rund gleich  $1/20000$ ; für  $t/m$  mag der Wert  $4 \cdot 10^{17}$  angenommen werden, welcher dem Zeemanphänomen und den Kathodenstrahlen ungefähr entspricht.  $t$  ist nur ungenau bekannt; je nachdem man für die Anzahl der Moleküle in einem Cubiccentimeter Gas bei  $0^\circ \text{C}$ . und unter dem Normaldruck

$$N = 10^{19} \quad \text{oder} \quad N = 10^{20}$$

setzt — womit die möglich scheinenden Grenzen wohl etwa gekennzeichnet sind —, ergibt sich:

$$t = 13 \cdot 10^{-10} \quad \text{oder} \quad t = 1,3 \cdot 10^{-10},$$

und wir erhalten:

$$w = 3 \text{ m} \quad \text{oder} \quad w = 30 \text{ m}.$$

Hiermit können Beobachtungen über Interferenzen bei grossen Gangunterschieden verglichen werden. Als höchste Wegdifferenz, bei welcher noch Interferenzen zu erkennen waren, ergab sich etwa  $1/2$  Meter.

Wir werden daraus schliessen müssen, dass ausser der Abnahme der Schwingungen infolge der Lichtaussendung noch andere störende Ursachen wirksam waren, die stärker zur Geltung kamen. Setzen wir, was den Beobachtungen etwa entsprechen wird:

$$w > 0,5 \text{ m},$$

so folgt:

$$t < 80 \cdot 10^{-10}, \quad N > \frac{1}{2} 10^{19}.$$

(Eingegangen 5. Februar 1901.)

### 3. Ueber die Wärmeabsorption durch Kohlensäure; von Svante Arrhenius.

(Bearbeitung einer der schwedischen Akademie der Wissenschaften am  
9. Januar 1901 vorgelegten Abhandlung.)

In einer Abhandlung vom Jahre 1896<sup>1)</sup> versuchte ich den Einfluss des Kohlensäuregehaltes der Atmosphäre auf die Erdtemperatur zu berechnen. Dazu benutzte ich die Beobachtungen von Langley<sup>2)</sup> über die Strahlung des Mondes, woraus die Absorption der Kohlensäure und des Wasserdampfes berechnet wurde. Inzwischen zeigte es sich, dass die so erhaltenen Zahlen der Absorption nicht mit neueren Erfahrungen zu vereinigen waren, weshalb eine Neubestimmung der Absorption der Kohlensäure erwünscht erschien. Dieselbe habe ich im Institut von Prof. H. Rubens in Charlottenburg ausgeführt und erlaube ich mir hier meinen besonderen Dank Hrn. Rubens für seine liebenswürdigen Ratschläge und seine Hülfe bei der Arbeit auszusprechen.

Die Versuchsanordnung war folgende. Eine Wärmequelle, bestehend aus einem Leslie'schen Würfel ( $100^{\circ}\text{C.}$ ) oder einem Hohlkörper aus berusstem Kupferblech, der in einen Kohlensäure-Aetherbrei ( $-80^{\circ}\text{C.}$ ) tauchte, sandte Strahlen aus, welche — im letzten Falle durch einen um  $45^{\circ}$  gegen die Horizontalebene geneigten Silberspiegel — längs der Axe eines Rohres von 33 mm innerem und 50 mm äusserem Durchmesser gerichtet wurden. Die Innenwände des eisernen Rohres waren mit einer stark absorbirenden Schicht von Eisenoxyd bedeckt und die Enden desselben wurden durch Ringe von Messing, in deren

1) Sv. Arrhenius, Bihang der Stockh. Akad. 22. I. Nr. 1. 1896; Phil. Mag. (5) 41. p. 237. 1896.

2) S. P. Langley, Memoirs of the nat. Ac. of Sc. 4. 9<sup>th</sup> mem. 1890.

Mitte 1 cm dicke und 3 cm im Durchmesser haltende Steinsalzplatten eingekittet waren, vermittelst Schraubenköpfen zugeschlössen. Die Wärmestrahlung ging durch diese Röhre zu einer Rubens'schen Thermosäule, welche mit einem Du Bois-Rubens'schen Panzergalvanometer in Verbindung stand. Der Weg der Wärmestrahlung betrug von der Wärmequelle bis zur Röhre 17 bez. 26,5 cm, in der Röhre 50 cm (ausser dem Wege durch die Steinsalzplatten), und von der Röhre bis zur Thermosäule 26,3 cm. Zwischen Wärmequelle und Rohr waren mehrere feste Schirme mit Diaphragmen und ein beweglicher zum Abschluss von fremden Strahlen aufgestellt, zwischen Rohr und Thermosäule und um die letztere waren röhrenförmige Vorrichtungen aus Papier und ein hölzernes Gehäuse zur Verhinderung von Luftströmungen aufgebaut.

Die Anordnung ähnelt in vielen Beziehungen derjenigen, welche Tyndall bei seinen bekannten Versuchen über Wärmeabsorption in Gasen benutzt hat.<sup>1)</sup> In das Rohr konnte von einer Kohlensäurebombe Kohlensäure eingefüllt werden, wobei Drucke von 1–8 Atmosphären, die auf einem Metallmanometer abgelesen werden konnten, zur Verwendung kamen. Wenn nötig konnte die Kohlensäure durch eine Luftpumpe aus dem Rohr entfernt und durch Luft ersetzt werden. Die Wärmestrahlung, welche bei diesen Versuchen auf dem Galvanometer abgelesen wurde, war die Differenz zwischen der Strahlung der Wärmequelle und der Thermosäule (15° C.).

Es ist wohl nicht nötig, die Bestimmung der Absorption näher zu beschreiben, sondern ich kann, indem ich betreffs näherer Details auf die in der Stockholmer Akademie publicirte Abhandlung verweise, zur Wiedergabe der Beobachtungen übergehen. Dabei wird unter Länge ( $l$ ) der absorbirenden Schicht das Product aus der Länge der Röhre und dem Druck in Atmosphären der Kohlensäure in demselben verstanden. Unter  $A$  ist die Absorption in Procenten tabellirt.  $1 - A/100$  wird der Kürze halber  $a$  genannt. Die directen Beobachtungen gaben folgende Werte, wobei die Versuche mit dem Leslie'schen Würfel mit I, diejenigen mit der Kohlensäure-Aetherkühlung mit II bezeichnet sind:

1) J. Tyndall, Contributions to mol. physics p. 15. 1872.

I.		II.	
$l$ (cm)	$A_1$	$l$ (cm)	$A_2$
50	10,4	50	15,0
140	14,3	130	19,4
155	15,0	220	22,3
170	15,8	260	23,9
200	15,9	355	26,8
275	18,1		
300	18,3		

Es fällt auf, dass die unter  $A_2$  stehenden Ziffern durchgängig grösser sind als die unter  $A_1$  stehenden, für ungefähr gleich grosse  $l$ -Werte gültigen. Um dies näher zu erforschen, habe ich durch Interpolation folgende Werte berechnet:

$l$ (cm)	$A_2$	$A_1$	$A_2 : A_1$	$\log a_2$	$\log a_1$	$\log a_2 : \log a_1$
50	15,0	10,4	1,44	-0,0706	-0,0477	1,48
130	19,4	13,9	1,40	-0,0937	-0,0650	1,44
220	22,3	16,4	1,36	-0,1096	-0,0778	1,41
260	23,9	17,6	1,36	-0,1186	-0,0841	1,41
(355)	26,8	18,8	1,43	-0,1355	-0,0904	1,50

Der letzte Wert, der durch eine mässige Extrapolation gewonnen ist, scheint anzudeuten, dass die in den ersten Ziffern ausgesprochene Tendenz des Quotienten, mit steigendem  $l$ -Werte zu sinken, wahrscheinlich nur auf Zufall beruht. Da eine Einheit in der letzten Decimale einem Fehler von etwa 0,1 Proc. im  $A$ -Wert entspricht, und wohl Fehler von 0,5 Proc. in diesen Werten vorkommen können, so ist es wohl erlaubt einen constanten Mittelwert 1,44 für das Verhältnis  $\log a_2 : \log a_1$  anzunehmen. Von diesem Wert werden wir unten bei den Berechnungen Gebrauch machen.

Mein Hauptzweck war die Absorption der Kohlensäure für relativ hohe  $l$ -Werte (über 50 cm) kennen zu lernen. Aus Tyndall's Daten<sup>1)</sup> kann man Werte der Absorption für niederere  $l$ -Werte erhalten. Sie beziehen sich auf die Strahlung eines 100° warmen schwarzen Körpers gegen eine Thermosäule von Zimmertemperatur. Seine Werte sind folgende:

$l$ (cm)	$A_1$	$\log a_1$	$l$ (cm)	$A_1$	$\log a_1$
2,03	1,4	-0,0061	12,18	6,1	-0,0273
4,06	2,1	-0,0092	14,2	6,7	-0,0301
6,09	3,0	-0,0132	20,3	6,9	-0,0311
8,12	4,0	-0,0177	40,6	10,0	-0,0458
10,15	5,1	-0,0227	60,9	11,8	-0,0545

1) J. Tyndall, l. c. p. 37.



Sie stimmen, wie man sieht, sehr gut mit meinen Versuchen überein, welche unter nahezu denselben Versuchsbedingungen ausgeführt sind. Für  $l = 50$  erhält man aus Tyndall's Daten  $A_1 = 10,9$ , während von mir  $A_1 = 10,4$  beobachtet wurde.

Im Folgenden ist es für die Berechnungen von Wichtigkeit, eine empirische Formel darzustellen, welche das Beobachtungsmaterial innerhalb der Versuchsfehler wiedergibt. Eine solche Formel, welche für unendliche  $l$ -Werte einen  $A$ -Wert gleich 100 aus theoretischen Gründen (vgl. weiter unten) geben soll, ist folgende:

$$\log a = -D\{(1 + B\eta)^c - 1\}.$$

Durch Ausprobieren findet man folgende Werte der Constanten:

$$D_1 = 0,0028 \text{ bez. } D_2 = 0,0040, \quad B = 1 \quad c = 0,25.$$

Die folgende Tabelle erlaubt einen Vergleich der beobachteten Zahlen mit den berechneten. Die Versuche von Tyndall sind durch ein T, die von mir durch ein A gekennzeichnet.  $\log a$  ist ein berechneter Wert.

	$l$ (cm)	$\log a$	$A_{\text{ber.}}$	$A_{\text{beob.}}$	Diff.
I. T.	2,08	-0,0088	2,0	1,4	+0,6
I. T.	4,06	-0,0140	3,2	2,4	+1,2
I. T.	6,09	-0,0176	4,0	3,0	+1,0
I. T.	8,12	-0,0206	4,8	4,0	+0,6
I. T.	10,15	-0,0232	5,2	5,1	+0,1
I. T.	12,18	-0,0253	5,7	6,1	-0,4
I. T.	14,2	-0,0273	6,1	6,7	-0,6
I. T.	20,3	-0,0320	7,1	6,9	+0,2
I. T.	40,6	-0,0430	9,4	10,0	-0,6
I. A.	50,0	-0,0466	10,2	10,4	-0,2
II. A.	50,0	-0,0669	14,3	15,0	-0,7
I. T.	80,7	-0,0503	10,9	11,8	-0,9
II. A.	130	-0,0953	19,7	19,4	+0,3
I. A.	140	-0,0681	14,5	14,3	+0,2
I. A.	155	-0,0707	15,0	15,0	$\pm 0,0$
I. A.	170	-0,0730	15,5	15,8	-0,3
I. A.	200	-0,0771	16,3	15,9	+0,4
II. A.	220	-0,1141	23,1	22,3	+0,8
II. A.	260	-0,1208	24,3	23,9	+0,4
I. A.	275	-0,0858	17,9	18,1	-0,2
I. A.	300	-0,0883	18,4	18,3	+0,1
II. A.	355	-0,1338	26,5	26,8	-0,3

Eine Abweichung scheint bei den niedrigsten Werten zwischen der Rechnung und der Beobachtung zu bestehen, sicher ist aber diese Abweichung nicht, denn es wäre wohl denkbar, dass auch diese Differenzen innerhalb der Versuchsfehler fallen, wie wohl für die übrigen der Fall ist. Es scheint demnach als ob man die gefundene Formel zu Berechnungen innerhalb des Gebietes  $A_1 = 5$  bis  $A_1 = 18,5$  oder  $A_2 = 7$  bis  $A_2 = 27$ ,  $l$ -Werten von 10 bis 350 entsprechend, benutzen könnte. Und nach der guten Uebereinstimmung zwischen Beobachtung und Berechnung scheint es wohl möglich bis zu Werten von  $A_1$  und  $A_2$ , die 25 bez. 35 erreichen, die Formel zur Extrapolation zu verwenden, ohne allzu grosse Fehler (von mehr als 1 Proc. in  $A$ ) zu machen. Diese Extrapolation ist für einen (geringen) Teil der Rechnungen betreffs der Kohlensäureabsorption in der Atmosphäre nötig, man kommt dabei zu  $l$ -Werten, die 1000 erreichen, also 20 Atmosphären Druck in dem benutzten Apparat entsprechen, einem Druck, bei dem es mir leider wegen Undichtigkeiten nicht gelang, Beobachtungen auszuführen.

Mit Hilfe der oben gegebenen Formel habe ich eine Tabelle berechnet über die Länge der Kohlensäureschichten, welche genügen, um einen bestimmten Procentsatz der Wärmestrahlung zu absorbieren. In dieser Tabelle sind zwei Werte  $l_1$  und  $l_2$  angeführt, welche den beiden oben erwähnten Wärmequellen entsprechen. Folgender Auszug möge genügen:

$A$	$l_1$	$l_2$	$A$	$l_1$	$l_2$
5	9,7	5,0	25	900	300
10	49	20,7	30	(1840)	580
15	155	60	35	(3350)	1080
20	400	142	(40	5860	1920)

Es gilt jetzt die Einwirkung einer gegebenen Kohlensäureatmosphäre (in welche andere, nicht merklich absorbierende Gase, wie Sauerstoff und Stickstoff, eingemischt sein können) auf die Temperatur einer davon eingehüllten schwarzen Kugel, die wie die Erde eine constante Wärmezufuhr erhält, zu berechnen. Die Wirkung dieser Atmosphäre, die wir uns genau so wie die Erdatmosphäre constituirt denken können, vorausgesetzt dass die anderen wärmeabsorbierenden Gase, hauptsächlich Wasserdampf, entfernt sind, beruht darauf, dass Teile derselben eine (viel) niedrigere Temperatur als die Kugeloberfläche be-

sitzen. Denn wenn die Kohlensäure durchgängig dieselbe Temperatur besässe wie die Kugeloberfläche, so würde die Strahlung nach aussen sich so verhalten, wie wenn die Kugel von einem partiell durchsichtigen Glas von derselben Temperatur umgeben wäre. Von den Spectralgebieten, von welchen dieses Glas etwas von der Strahlung des unterliegenden schwarzen Körpers absorbirte, würde sie genau ebensoviel ausstrahlen. Wenn nun die Kohlensäure der Kugelatmosphäre von der Strahlung der Kugel im ganzen z. B. 20 Proc. absorbirte und gleich viel emittirte, so könnte man sich dieselbe in 20 Schichten zerlegt denken, wovon jede je ein Procent emittirte. Da nun Absorption und Emission einander parallel gehen, so wird die Verteilung und Dicke der Schichten genau dieselbe sein, wie die Verteilung und Dicke von 20 Schichten, welche zusammen 20 Proc. und jede für sich 1 Proc. einer von aussen kommenden Strahlung absorbiren. Es ist also leicht, mit Hülfe der letzten Tabelle für eine senkrecht gegen die Kugeloberfläche ausgehende Strahlung die betreffende Verteilung der Schichten zu berechnen. Nun gehen aber die Strahlen nicht nur senkrecht gegen die Kugeloberfläche, sondern auch in alle anderen Richtungen. Demzufolge wird die durchstrahlte Schicht im Mittel grösser, als wenn die Strahlung nur senkrecht zur Oberfläche hinausginge, und dadurch wächst auch die Absorption der Atmosphäre. Wenn die Absorption proportional der Weglänge wäre, so würde der anzubringende Reductionsfactor gleich 2 sein. Dies trifft für ausserordentlich geringe Kohlensäuremengen zu. Wegen der starken Abweichung von dieser Proportionalität fällt aber dieser Reductionsfactor geringer aus, und zwar habe ich mich durch mechanische Quadratur überzeugt, dass die Wirkung so gross ist, wie wenn die durchstrahlte Schicht 1,70 bis 1,75 mal so dick wäre wie die Schicht, welche bei Strahlung senkrecht zur Kugeloberfläche durchlaufen wird.

Wir können also jetzt die Lage und die Dicke der Schichten in der genannten Atmosphäre berechnen, welche je ein Procent der totalen Strahlung von der Kugel absorbiren und emittiren. Denken wir uns jetzt die Temperatur nicht gleichmässig, sondern etwa wie in der Atmosphäre verteilt, sodass die äusseren Schichten bedeutend niedriger temperirt sind, wie die inneren.

Die Absorption wird dadurch nicht nennenswert verändert, sondern wir können die Schichtenverteilung unverändert behalten ohne merkliche Fehler zu begehen. Dagegen sinkt die Emission ganz enorm und zwar besonders in den äussersten Schichten. Dieses Sinken ist für verschiedene Wellenlängen verschieden und kann nach der Wien'schen Formel, mit der Planck'schen Correction, berechnet werden. Da nun bei dieser Strahlung die Verhältnisse so ähnlich wie möglich mit denjenigen der Erde angenommen werden, so spielt die Strahlung der Kohlensäure von der Wellenlänge  $14,5 \mu$  die ganz überwiegende Hauptrolle, sodass diejenige bei  $2,6 \mu$  bez.  $4,2 \mu$  vernachlässigt werden kann. (Dadurch wird die Abnahme der Strahlung mit sinkender Temperatur etwas geringer angenommen als sie in Wirklichkeit ist.) Um einen Begriff von dieser Abnahme zu gehen, mögen folgende relative Werte der Emission ( $E$ ) eines schwarzen Körpers in Bezug auf die Wellenlänge  $14,5 \mu$  angeführt werden:

$T =$	+23,2	-15,4	-54,0	-92,7	-131,4	-170,0	-182,9° C.
$E =$	1,68	1,00	0,50	0,19	0,043	0,0031	0,0001.

Die Strahlung der niedrigst temperirten äussersten Schichten ist so gut wie Null, d. h. sie halten die betreffende Strahlung vollkommen zurück.

Die Strahlung dieser Kugel verhält sich also ungefähr wie diejenige der Sonne. Wenn dieser Himmelskörper keine absorbirende Dunsthülle besässe, so würde er aussehen wie eine gleichmässig leuchtende Scheibe mit einem continuirlichen Spectrum. Anstatt dessen sehen seine Ränder dunkler aus als die Mitte, weil die absorbirende Schicht da dicker ist, und auch die Emission der mittleren Teile ist bedeutend herabgesetzt, wie die Absorptionslinien im Spectrum andeuten. Man schätzt, dass auf diese Weise die halbe Wärmestrahlung der Sonne erspart wird. Ebenso wird der Wärmeverlust der betrachteten schwarzen Kugel vermindert und ihre Temperatur steigt demgemäss, bis wieder Gleichgewicht mit der constanten Wärmezufuhr eintritt. Die dazu nötige Temperaturerhöhung kann leicht mit Hilfe des Stefan-Boltzmann'schen Gesetzes berechnet werden.

Um nun weiter zu kommen, muss man sich eine Vorstellung bilden, wie die Temperatur mit der Höhe abnimmt. Wir wollen da annehmen, dass die Temperaturverteilung eben-

dieselbe ist wie in unserer Atmosphäre. Diese ist bis zu Höhen von etwa 5500 m (einem Druck von 380 mm entsprechend) recht genau bekannt. Für grössere Höhen muss man sie berechnen. Nach Hann nimmt die Temperatur um etwa  $0,57^\circ$ , nach den Tabellen von v. Bezold etwa  $0,8^\circ$  für je 100 m ab. Für grössere Höhen wird diese letztere Zahl unzweifelhaft die richtigere sein und zwar, wie v. Bezold hervorhebt, wahrscheinlicher Weise überschritten werden. Indessen unterscheiden sich die Rechnungsergebnisse nach der einen oder anderen Annahme recht wenig, weshalb ich mit dem Mittelwert gerechnet habe, obgleich der schützende Effect der Kohlensäure dadurch wahrscheinlicher Weise etwas unterschätzt wird.

Nun ist weiter zu bemerken, dass die oben gefundenen Absorptionsdaten für Kohlensäure zwischen Steinsalzplatten von 1 cm Dicke gültig sind. Diese Steinsalzplatten besitzen aber, wie Rubens und Trowbridge<sup>1)</sup> gezeigt haben, eine stark ausgeprägte selective Absorption, welche übrigens derjenigen des Wasserdampfes für Wellenlängen von  $13\mu$  ab nicht unähnlich ist. Wegen dieser Wirkung der Steinsalzplatten ist eine Correction einzuführen, wodurch die Absorption der Kohlensäure in den beiden untersuchten Fällen auf 93 bez. 79 Proc. reducirt wird.

Die wärmehaltende Eigenschaft der Kohlensäure wird am leichtesten ersichtlich, wenn man die Temperaturänderung der schwarzen Kugel berechnet, welche erfolgen würde, wenn die Kohlensäure, deren Menge gleich derjenigen in unserer Atmosphäre angenommen wird, aus ihrer Atmosphäre entfernt oder auf das Viertel oder die Hälfte dieses Betrages reducirt bez. auf das Doppelte oder Vierfache vergrössert werden würde. Diese Aenderung ist in folgender Tabelle aufgeführt, und zwar sind zwei Werte eingetragen: einer, der gilt, wenn die oben angeführte Reduction nicht angebracht wird, ein anderer nach erfolgter Reduction. Die Temperatur bei der Menge 1,0 (der jetzigen Kohlensäuremenge in der Atmosphäre entsprechend) wird gleich  $15^\circ$  C. angenommen.

Kohlensäuremenge	0	0,25	0,5	1,0	2,0	4,0
Temperaturänderung (unred.)	-14,5	-6,0	-3,2	0	+4,0	+9,9
„ (red.)	-12,2	-5,0	-2,8	0	+3,3	+7,6

1) H. Rubens u. J. Trowbridge, Wied. Ann. 60. p. 724. 1897.

Wenn man nun diese Berechnungen auf die irdischen Verhältnisse anwenden will, so tritt eine Complication dadurch ein, dass in unserer Atmosphäre sich ein anderer stark wärmeabsorbirender Stoff, der Wasserdampf, befindet. Wenn nun der Wasserdampf keine gemeinsamen Absorptionslinien mit der Kohlensäure besässe, so würde dadurch nur die Absorption der Kohlensäure in Procenten von der nach der Wasserdampfabsorption übrigen Strahlung vergrössert werden. Der Wasserdampf besitzt nun mehrere starke Absorptionsbänder bei niedriger Wellenlänge und ausserdem, nach den Untersuchungen von Rubens und Aschkinass<sup>1)</sup>, eine beinahe vollkommene Absorption der Strahlung von Wellenlängen über  $16\ \mu$ . In dieser letzten Beziehung ähnelt der Wasserdampf sehr dem Steinsalz, welches auch Strahlen von Wellenlängen über  $16\ \mu$  beinahe vollkommen zurückhält. Es scheint deshalb natürlich, die in der Atmosphäre vorwaltenden Verhältnisse eher nach den oben gegebenen uncorrigirten Ziffern als nach den für die Absorption durch das Steinsalz corrigirten zu beurtheilen. Die an anderen Stellen des Wärmespectrums vorkommende Absorption des Wasserdampfes, welche mehrere ausgeprägte Maxima besitzt, dürfte eher weniger von der Kohlensäurestrahlung als von den übrigen Strahlen absorbiren. Zwar fällt das Kohlensäuremaximum bei  $2,6\ \mu$  in der Nähe des Wassermaximums bei  $2,64$  und ein Teil der Strahlen von Wellenlängen um  $2,6\ \mu$  dürfte sowohl durch Kohlensäure, als auch durch Wasserdampf Absorption erleiden. Ebenso absorbirt der Wasserdampf merklich in der Nähe von  $14,5\ \mu$ . Aber die Coincidenz dürfte bei einer näheren Untersuchung sich mehr als scheinbar wie als wirklich herausstellen, da die Absorptionsbänder nach Langley's Messungen<sup>2)</sup>, worüber weiter unten gesprochen wird, nicht continuirlich sind, sondern aus discreten Linien mit schnell nach den Seiten abnehmender Stärke bestehen. Dazu kommt, dass in den höheren Luftschichten, wo der eigentliche wärmeschützende Effect seinen hauptsächlichen Sitz hat, ausserordentlich geringe Wasserdampfmengen vorkommen, sodass nur die allerkräftigsten Absorptionsbänder,

1) H. Rubens u. E. Aschkinass, Wied. Ann. **64**, p. 598. 1898.

2) Vgl. die Zeichnungen von S. P. Langley in Rep. Brit. Ass. **64**, p. 473—474. 1894.



wie dasjenige bei Wellenlängen über  $16\ \mu$ , eine merkliche Wirkung ausüben. So z. B. dürfte nach v. Bezold's Tabellen die Wasserdampfmenge über 8000 m Höhe nicht so gross sein wie die absorbirende Menge bei den Versuchen von Rubens und Aschkinass.

Die Ab- oder Zufuhr einer bestimmten Kohlensäuremenge zu der übrigens unveränderten jetzigen Erdatmosphäre bringt deshalb wahrscheinlich eher eine grössere als eine geringere Einwirkung auf die Temperatur der Erde mit sich, als die oben stehenden unreducirten Ziffern angeben. Die Erde kann nämlich sehr nahe als ein schwarzer Körper behandelt werden.

Dagegen spielt der Wasserdampf eine andere Rolle, wodurch der Effect der Kohlensäuregehaltsänderung verschärft wird, was ich schon in meiner vorigen Arbeit über dieses Thema hervorgehoben habe. Wenn nämlich zufolge der Kohlensäurezunahme die Temperatur der Erdoberfläche steigt, so wächst dadurch der Wasserdampfgehalt der Luft. Dadurch wird die Absorption in der Atmosphäre vergrössert und der Wärmeschutz effectiver. Da keine Daten jetzt vorliegen, woraus dieser Wärmeschutz berechnet werden kann, so benutze ich das alte Resultat, wozu ich in meiner vorigen Untersuchung, gestützt auf Langley's mangelhafte Daten gelangte. Danach sollte der vom Verdampfen des Wassers hervorgebrachte Zuschuss in dem Effect bei niederem Kohlensäuregehalt etwa ein Drittel, bei hohem ein Sechstel des directen Effectes der Kohlensäure ausmachen. Nach den damals ausgeführten Berechnungen sollte einem Sinken des Kohlensäuregehaltes der Luft auf 0,5 eine Temperaturerniedrigung von  $5,3^\circ\text{C}$ . entsprechen. Von diesen  $5,3^\circ$  entspringt ein Viertel der Wasserdampfabnahme und  $4,0^\circ$  der directen Kohlensäurewirkung, während jetzt  $3,2^\circ$  berechnet wurden. Ebenso würde nach der alten Berechnung dem dreifachen Kohlensäuregehalt der jetzigen eine Temperatursteigerung von etwa  $8,2^\circ\text{C}$ . entsprechen, wovon  $7^\circ$  auf die directe Kohlensäurewirkung kämen, was dem Neuberechneten Wert ( $7,1^\circ$ ) sehr wohl entspricht. Die neue Berechnung führt demnach zu Ergebnissen, die mit denjenigen der alten entweder gänzlich übereinstimmen, oder jedenfalls annähernd gleich sind. Da die ganze Berechnung nur darauf

abgesehen ist, einen Annäherungswert für den betreffenden Effect zu geben, so kann man wohl behaupten, dass die neue Berechnung in der Hauptsache zu demselben Ziel führt wie die alte.

Ebenso erscheint es mir immer noch plausibel, die genannte Wirkung des Wasserdampfes ungefähr ebenso gross zu schätzen, wie ich 1896 gethan habe. Da diese Wirkung in Gegenden mit geringer Wasserdampfmenge grösser ausfällt, wie in solchen mit hoher, trägt dieser Effect wesentlich dazu bei, die Temperaturungleichheiten auf der Erde auszugleichen.

In einer neuerdings erschienenen Abhandlung hat Hr. Ångström Resultate erhalten, welche mit den oben angeführten in grellem Widerspruche stehen.<sup>1)</sup> Da die Schlüsse Hrn. Ångström's auf theoretischen Betrachtungen beruhen, die durch die oben angeführten Versuche als unhaltbar erwiesen sind, so will ich kurz auf seine Ansichten eingehen.

Hr. Ångström berechnet die Energieverteilung im Wärmespectrum nach dem inzwischen von Hrn. Planck corrigirten Gesetz von Wien. Dabei scheint er auch nicht die Rückstrahlung des kälteren Körpers in Betracht zu ziehen. Diese Vernachlässigungen, von welchen der letzterwähnte jedenfalls bei einigermaßen genauen Rechnungen wohl recht bedenklich erscheinen könnte, sind in dem vorliegenden Falle ohne nennenswerten Belang. Hr. Ångström nimmt weiter eine Maximalabsorption an, welche er so bestimmt, dass er den Absorptionsbändern der Kohlensäure eine bestimmte Breite erteilt und wohl annimmt, dass die Absorption innerhalb dieses Gebietes vollständig ist. Wie er näher dies ausgeführt hat, darüber giebt er keine Nachricht; nach der in seinem Aufsätze gedruckten Figur scheint er für das Band bei  $14,5 \mu$  zwei Breiten anzunehmen, nämlich  $3 \mu$  ( $13-16 \mu$ ) und  $2 \mu$  ( $13,5-15,5 \mu$ ). Nach dieser Schätzungsweise würde die maximale Absorption der Kohlensäure für eine Strahlung eines  $15^\circ$  gradigen schwarzen Körpers gegen einen schwarzen Körper von  $-80^\circ$  16,7 bez. 10,9 Proc. betragen. Diese Ziffern stimmen, soweit man verlangen kann, mit den von Ångström gegebenen „etwa 10–16 Proc.“ (für die Strahlung eines  $-77^\circ$  gradigen Körpers gegen den leeren Raum).

1) K. Ångström, Ann. d. Phys. 3. p. 720. 1900.

Nun zeigen aber die oben angeführten Versuche, dass bei einer Länge der absorbirenden Kohlensäureschicht von 355 ccm die betreffende Absorption 26,8 Proc. erreicht. Und der Gang der Ziffern in der Nähe dieses Punktes ist so regelmässig, dass man sicher voraussehen kann, dass die Absorption bei steigender Länge der absorbirenden Schicht weit über 30 Proc. gehen wird. Um nun aber sicher die Fehler der Extrapolation zu vermeiden, bleiben wir bei den beobachteten 26,8 Proc. Corrigirt man nun wegen der Absorption des Steinsalzes, so erhält man einen 0,79 mal so grossen Wert, d. h. 21 Proc. Dieser Wert liegt nun bedeutend höher (4,3 Proc.) als der nach Hrn. Ångström's Methode berechnete Maximalwert, der erst bei unendlich grosser Dicke der absorbirenden Schicht (nach Hrn. Ångström) erreicht werden sollte.

Da eine so grosse Differenz nicht gern Versuchsfehlern zugeschrieben werden kann, erübrigt nur ein Schluss, dass die Berechnungsweise des Hrn. Ångström auf unrichtigen Principien begründet ist. Dies ist auch von vornherein wahrscheinlich. Bei stetig zunehmender Schichtendicke nimmt die Absorption stetig zu und nähert sich allmählich dem Wert 100 Proc. Darauf deuten alle unsere bisherigen Kenntnisse. So z. B. zeichnet sich ja die Natriumflamme durch zwei feine charakteristische Linien aus, die jedenfalls viel schärfer sind als die Kohlensäurebänder. Bei zunehmendem Natriumgehalt der Flamme steigt die Emission immer mehr und zwar anfangs proportional der Natriumsalzmenge, später innerhalb eines sehr grossen Intervalls proportional der Quadratwurzel daraus. Ein niedriger Grenzwert der Emission, welche den beiden scharfen Natriumlinien entsprechen würde, ist gar nicht aufzufinden. Allmählich erscheint dagegen ein schwacher Hintergrund des Spectrums von continuirlichem Licht, der mit steigendem Salzgehalt an Stärke zunimmt.<sup>1)</sup> Es muss also die Natriumflamme in genügend dicker Schicht sich sehr nahe wie ein schwarzer Körper verhalten. Wasserstoff giebt schon in ziemlich dünner Schicht ein continuirliches Spectrum.

Ebenso verhält sich die Absorption der Gase. Jodgas oder Stickstoffsuperoxyd geben in dünner Schicht sehr scharfe

1) Gouy, Ann. d. chim. et de phys. (5) 18. p. 23. 1879.

Spectrallinien, in mässig dicker Schicht erscheinen sie ganz undurchsichtig. Noch auffallender ist das Verhalten des Wassers. In dünner Schicht ist flüssiges Wasser für sichtbare Strahlen vollkommen durchsichtig. Eine genügend dicke Schicht — man schätzt sie auf etwa 500 m — vermag aber Sonnenlicht vollkommen auszulöschen. Ebenso verhält sich aller Wahrscheinlichkeit nach die Kohlensäure, wenn die durchstrahlte Schicht dick genug wird, sie möge gasförmig oder flüssig sein.

Es ist demnach zu erwarten, dass, bei zunehmender Dicke der absorbirenden Kohlensäureschicht, immer neue Absorptionsstreifen auftreten, die bei dünner Schicht zu schwach ausgeprägt sind, um sich bemerkbar zu machen. In dieser Hinsicht sind die Zeichnungen von Langley<sup>1)</sup> über die atmosphärischen Absorptionsbänder sehr instructiv. Die erste dieser Zeichnungen endet rechts am Bande, wo sowohl Wasserdampf als auch Kohlensäure eine starke Absorption besitzt. Obgleich dieses Band einer durchstrahlten Schicht von mehr als 250 cm Kohlensäure und einer Wasserdampfmenge von gleicher Grössenordnung entspricht, besteht es aus mehreren discreten Linien und nicht aus einem breiten dunklen Band, wie man nach Hrn. Ångström's Schlussweise vermuten sollte. Bei immer mehr zunehmender Dicke werden sich diese Linien offenbar verbreitern und auch neue Streifen an ihren Seiten zum Vorschein kommen. Dieser letzte Umstand wird durch die abnehmende Stärke der Linien zur Seite des Bandes angedeutet. Durch diese beiden Umstände steigt die Absorption immer weiter mit zunehmender Dicke der absorbirenden Schicht. Zwar geschieht diese Zunahme sehr langsam, nach den oben angeführten Daten nahezu wie die vierte Wurzel aus der Schichtdicke, wenn diese 100 cm übersteigt; später geht die Zunahme noch langsamer vor sich.

Nachdem Hr. Ångström von den oben angedeuteten Prämissen ausgegangen ist, werden die späteren Schlüsse denselben entsprechend. Er erwähnt, dass Hr. Cand. J. Koch im physikalischen Institut von Hrn. Ångström gefunden hat, dass eine „Kohlensäureschicht von 30 cm Länge und 780 mm Druck ca. 10 Proc. von der Strahlung eines schwarzen Körpers von

1) S. P. Langley, Rep. Brit. Ass. 64. p. 473—474. 1894.

100° absorbiert, und dass, wenn der Druck auf  $\frac{2}{3}$  reducirt wird, die Absorption sich nur unbedeutend — höchstens mit 0,4 Proc. der Gesamtstrahlung — ändert“. Die Daten von Tyndall und die obenstehende Berechnung verlangen anstatt „ca. 10 Proc.“ etwa 8,6, was, da die Versuchsbedingungen von Hrn. Koch noch unbekannt sind, als eine genügende Uebereinstimmung angesehen werden möge. Dagegen verlangen die Daten von Tyndall bei Abnahme des Druckes auf  $\frac{2}{3}$  eine Abnahme der Absorption von etwa 1,6 Proc. (die Absorptionsformel verlangt etwa 1,2 Proc.), was nicht ohne weiteres mit Hrn. Koch's Befund als übereinstimmend angesehen werden kann. Vermuthlich wird sich Hr. Koch bemühen, in seiner in Aussicht gestellten Abhandlung diese Discrepanz aufzuklären. Hr. Ångström bemerkt zu den Daten von Hrn. Koch: „Eine Schicht von 30 cm Länge hat also die Absorption der Strahlung einer Wärmequelle von 100° beinahe vollständig bewirkt. Aus diesen Untersuchungen“ (von Hrn. Koch?) „und Berechnungen“ (von Hrn. Ångström?) „geht klar hervor, erstens dass höchstens ca. 16 Proc. von der Erdstrahlung durch die atmosphärische Kohlensäure absorbiert werden, und zweitens dass die Gesamtabsorption sehr wenig von den Veränderungen in dem atmosphärischen Kohlensäuregehalt abhängig ist, solange nämlich dieser nicht kleiner als 0,2 Proc. der jetzt vorhandenen ist.“ In diese Worte hat Hr. Ångström seine Ansichten betreffs der Absorption der Kohlensäure zusammengefasst.

Es verdient vielleicht noch erwähnt zu werden, dass, wenn die Erdatmosphäre nach Hrn. Ångström's Schätzung 10—16 Proc. der Erdstrahlung absorbierte, sie die Erdtemperatur um etwa 7,4—12,3° erhöhen könnte. Da nun die Eiszeit eine um 4,5° niedrigere Temperatur als die jetzige besass, so könnte man wohl erwarten, dass auch Hr. Ångström in dem partiellen Verschwinden der Kohlensäure aus der Atmosphäre eine mögliche Ursache der Eiszeit erblicken würde. Dem scheint aber nicht so zu sein.

Die Stellung Hrn. Ångström's zu dieser Frage ist um so bemerkenswerther, als er früher die Wirkung der Kohlensäure stark überschätzte, indem er der Ansicht war, dass die atmosphärische Kohlensäure etwa 60 Proc. der Sonnenstrahlung absorbiert. Aus seinen neuen Beobachtungen hat er aber er-

fahren, dass ein Zusatz von Kohlensäure zu einer Menge, die in dem oben verwendeten Maasstabe einen  $l$ -Wert von etwa 125 cm besitzt, keinen merklichen Einfluss (1,5 Proc.) auf die Sonnenstrahlung ausübt. Dieses Resultat steht dagegen in bester Uebereinstimmung mit den bei der oben ausgeführten Rechnung gemachten Annahmen.<sup>1)</sup> Jetzt ist Hr. Ångström zu dem entgegengesetzten Extrem gelangt, hat aber dabei das richtige Verhalten nicht getroffen. Bemerkenswert scheint auch, dass Hr. Ångström für Wasserdampf eine mit der Menge continuirlich steigende Absorption findet, obgleich die durchstrahlte Schicht einem  $l$ -Wert von etwa 10 000 cm entspricht (also die  $l$ -Werte der Kohlensäure, mit welchen oben gerechnet wurde, um das 10 fache übertreffen). Warum die Kohlensäure sich so ganz anders als Wasserdampf verhalten sollte, könnte wohl einer Aufklärung bedürfen.

Betreffs der secundären Einfüsse, welche die Kohlensäurewirkung begleiten, verweise ich auf die ausführliche Abhandlung. Nur soviel will ich hier erwähnen, dass wenn die Kohlensäure nicht in den höchsten Schichten eine merkliche Absorption ausübte, so würde der Temperaturfall daselbst nach dem Gesetz für die adiabatische Ausdehnung erfolgen, wie v. Bezold so deutlich in folgenden Worten hervorhebt: „In den grössten Höhen, wo Absorption und Emission verschwinden und beinahe kein Wasserdampf mehr vorhanden ist, bildet adiabatisches Aufsteigen und Niedersinken trockener Luft die einzige Ursache der Temperaturenänderung mit der Höhe.“<sup>2)</sup> Nun ist nach den von ihm angeführten Ziffern diese Grenze auch in 10 000 m Höhe bei weitem nicht erreicht, sondern der Temperaturfall ist nur 0,81 mal so gross, wie man nach Hrn. v. Bezold's Aeusserung vermuten sollte. Dieses Plus in der Lufttemperatur rührt ohne Zweifel von der Absorption der Sonnen- und Erdstrahlung durch die Kohlensäure her. Wenn nun noch mehr Kohlensäure in der Luft vorhanden wäre, so würde der Temperaturfall noch mehr von den adiabatischen Verhältnissen abweichen. Wie gross diese Aenderung sein kann, hängt von der Lebhaftigkeit der auf- und niedersteigenden Luftströme ab,

1) Vgl. die ausführliche Abhandlung und Bihang. d. Stockh. Akad. 22. p. 29. 1896.

2) W. v. Bezold, l. c. p. 18.



welche den adiabatischen Zustand hervorzubringen streben, verglichen mit der Strahlung der Kohlensäure, welche einen geringeren Temperaturfall begünstigt. Durch die stärkere Erwärmung der Luft am Tag und Abkühlung in der Nacht, welche als Folge der erhöhten Absorption eintreten würde, würden wiederum die Luftbewegungen, welche zum Herstellen des adiabatischen Zustandes streben, verstärkt werden. Es ist offenbar sehr schwer, diesen complicirten Einfluss zu schätzen. Wahrscheinlicherweise wird die betreffende Aenderung recht gering sein. Ausserdem bewirkt eine recht bedeutende Aenderung im Temperaturfall (sobald dieser nur die Hälfte des adiabatischen Temperaturfalles überschreitet) einen relativ sehr geringen Einfluss auf den schützenden Effect der Kohlensäure, weshalb ich die Rechnungen so ausgeführt habe, als ob der Temperaturfall constant so verbliebe wie er jetzt ist.

Dagegen würden die verstärkten Luftströmungen dazu beitragen, die Temperaturunterschiede zwischen den polaren und den äquatorialen Gegenden der Erde auszugleichen, wozu im allgemeinen eine Erhöhung der atmosphärischen Absorption hinführt.

(Eingegangen 19. Januar 1901.)

**4. Ueber die Oberflächenspannung mit Oel  
bedeckter Wasseroberflächen und die Wirkungs-  
weite der Molecularkräfte;  
von Rudolf H. Weber.**

Wenn man auf eine Wasseroberfläche einen Tropfen Olivenöl aufsetzt, so sieht man, dass sich die ganze Oberfläche mit einer Art Haut überzieht. Es bleibt aber ein scharf begrenzter Oeltropfen zurück, der seine Dimensionen sehr stark ändert, wenn man durch Vergrössern oder Verkleinern der durch die Oelschicht anomal gemachten Oberfläche deren Oberflächenspannung ändert. Mit der Grössenänderung des Tropfens ist natürlich eine Aenderung des Randwinkels verbunden, und zwar zeigt es sich, dass diese Aenderung beträchtlich ist bei verhältnismässig kleinen Aenderungen der Oberflächenspannung. Wenn es also gelingt, den Randwinkel hinreichend genau zu messen, so muss sich daraus eine empfindliche Methode ableiten, die Abhängigkeit der Oberflächenspannung einer anomalen Oberfläche von deren Grösse zu bestimmen. Ich habe auf Anregung von Hrn. Geh. Rat Quincke einige Versuche angestellt, um diesen Zweck zu erreichen, wobei ich zunächst annahm, dass bei dem Tropfen die Grenzflächenspannung Wasser gegen Oel constant bliebe.

Um eine Wasseroberfläche von veränderlicher Grösse zu erhalten, wurde der von Frl. Pockels<sup>1)</sup> angegebene Trog verwandt. Derselbe bestand aus einem parallelepipedischen Blechkasten von 70 cm Länge, 5 cm Breite und 3 cm Tiefe. Ist dieser Trog mit Wasser bis zum Rande gefüllt, so ermöglicht es ein Messingstreifen von etwa 8 cm Länge die Oberfläche von der einen Schmalseite an durch Verschieben desselben beliebig zu vergrössern, und damit eine Oelhaut auf ihr auszudehnen. Um das Wasser zwecks Herstellung einer

1) A. Pockels, Nature 43. p. 487. 1891.

frischen Oberfläche über die Wände des Troges überfließen lassen zu können, war derselbe etwas erhöht in einen zweiten niederen und breiteren Trog aus Zinkblech gestellt, der an einem Ende einen Ausfluss zum Ansetzen eines Gummischlauches besass (vgl. Fig. 1).

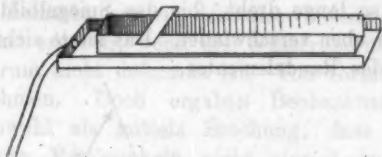


Fig. 1.

Das verwandte Oel war Olivenöl, das mit Alkohol wiederholt ausgeschüttelt war, um Oelsäure zu entfernen.<sup>1)</sup> Bei dieser Gelegenheit möchte ich bemerken, dass es mir nicht gelungen ist, selbst nach oft wiederholtem Ausschütteln ein Oel zu erhalten, das sich auf Wasser gar nicht mehr ausbreitet.

#### Bestimmung des Randwinkels.

Das von einem Schnittbrenner ausgehende Licht traf das Randelement des Oeltropfens und wurde von hier gegen einen um eine horizontale Axe drehbaren Spiegel *S* reflectirt (vgl. Fig. 2). An der Drehaxe befand sich ein Zeiger, der auf einer Kreisteilung die Einstellung des Spiegels ablesen liess. Zunächst wurde der



Fig. 2.

Spiegel so orientirt, dass er parallel der Wasseroberfläche stand. Das geschah durch Einstellen der Spiegelbilder der Pupille im Spiegel auf das Spiegelbild der Pupille in der Wasseroberfläche. Diese Stellung des Spiegels zählte als Nullstellung. Hierauf wurde der Spiegel um  $90^\circ$  gedreht, sodass er von der Lichtquelle abgewandt war. Jetzt wurde ein Diopter so gestellt, dass sein Spiegelbild in die Verlängerung der Einfalls-

1) A. Pockels, Wied. Ann. 67. p. 672. 1899.

lote zu liegen kommt. Ist dies erreicht, so sind bei beliebiger Stellung des Spiegels — einen kleinen Spiegel vorausgesetzt — nur solche Strahlen durch das Diopter sichtbar, die senkrecht auf dasselbe zulaufen.

Die Messung des Randwinkels beruht darauf, das man den Spiegel so lange dreht, bis das Spiegelbild der Flamme im Oeltropfen eben verschwindet. Das letzte sichtbare Spiegelbild ist das des Randelementes.

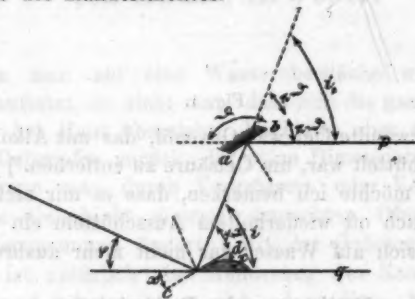


Fig. 3.

Es bedeute (Fig. 3)  $ab$  die Spiegelfläche,  $cd$  die Fläche des Randelementes,  $x$  den Randwinkel, also den spitzen Winkel, den das Randelement mit der Horizontalebene bildet,  $\varphi$  den Einstellungswinkel,  $\varphi$  den Winkel, den der in das Randelement einfallende Strahl mit der Wasseroberfläche bildet.

Es ist dann wegen der Parallelität von  $p$  und  $q$ :  $\angle i = \angle i_1$ , also:

$$(\varphi + x) + x = 2(\pi - \varphi),$$

$$x = \pi - \varphi - \frac{\varphi}{2}.$$

Der Winkel  $\varphi$  wird dadurch bestimmt, dass das von der Lichtquelle direct in den Spiegel fallende Licht durch das Diopter tritt. Es ergab sich so:

$$\frac{\varphi}{2} = 17,1^\circ.$$

Da die Lichtquelle nicht in unendlicher Entfernung lag, so musste wegen des Abstandes des Spiegels von der Wasseroberfläche hieran noch eine Correction angebracht werden, die sich leicht aus dem Abstand der Lichtquelle vom Oeltropfen

und dem des Spiegels von der Wasseroberfläche berechnet. Sie betrug  $+0,4^\circ$ , sodass in der Rechnung

$$\frac{\varphi}{2} = 17,5^\circ$$

zu setzen ist.

Es muss bemerkt werden, dass diese Messungen nur dann den Randwinkel ergeben, wenn die Wasseroberfläche um den Oeltropfen herum nicht deformirt ist. Von vornherein ist das nicht anzunehmen. Doch ergaben Beobachtungen mittels Spiegelung sowohl als mittels Brechung, dass bei einigermaßen kleinen Randwinkeln nicht einmal qualitativ eine Deformation nachzuweisen war.

#### Berechnung der Oberflächenspannung.

Es sei  $\alpha_1$  die Oberflächenspannung der anomalen Wasseroberfläche,  $\alpha_{12}$  die Grenzflächenspannung Oel gegen Wasser,  $\alpha_2$  die Capillarconstante des Olivenöls (vgl. auch Fig. 4), dann ist:

$$\alpha_{12}^2 = \alpha_1^2 + \alpha_2^2 - 2 \alpha_1 \alpha_2 \cos x,$$

oder

$$\alpha_1 = \alpha_2 \cos x + \sqrt{\alpha_{12}^2 - \alpha_2^2 \sin^2 x}.$$



Fig. 4.

Die Constante  $\alpha_{12}$  hatte ich nach der Methode der flachen Tropfen von Quincke<sup>1)</sup> bestimmt, und zwar in der Weise, dass eine Oelblase in einem Trog mit Wasser unter eine horizontale Glasplatte gebracht wurde. Die Theorie ergibt nur dann richtige Werte, wenn die Kuppe der Oelblase als horizontal anzusehen ist, und die Horizontaldimensionen gross gegenüber den Verticaldimensionen sind. Das ist nun bei einem solchen Oeltropfen kaum zu erreichen, sodass der gefundene Wert

$$\alpha_{12} = 2,63 \frac{\text{mg}}{\text{mm}}$$

1) G. Quincke, Pogg. Ann. 139. p. 5. 1870.

als zu gross anzusehen ist. Die Constante  $\alpha_2$  habe ich mittels capillarer Steighöhe zu

$$\alpha_2 = 3,386 \frac{\text{mg}}{\text{mm}}$$

ermittelt.

Der bequemeren Rechnung willen wurden die Werte  $\alpha_1$  für diese Werte  $\alpha_{12}$  und  $\alpha_2$  und für die Winkel 0, 5, 10 bis 25° berechnet und auf Curvenpapier aufgetragen. Man konnte so zu jedem Werte  $x$  den zugehörigen Wert  $\alpha_1$  direct ablesen.

#### Die Beobachtungen.

Der Oeltropfen wurde mittels eines dünnen Glasstabes auf die Oberfläche des Wassers aufgesetzt, und zwar an einer Stelle derselben, wo vom Boden der Wanne aus ein dünner Platindraht bis an die Oberfläche reichte. Dieser Draht diente dazu, den Oeltropfen an seiner Stelle festzuhalten. Seine Länge war so gewählt, dass er bis in den Oeltropfen hinein, nicht aber aus ihm herausragte. Er verursachte also keine Deformation der freien Oberfläche des Oeltropfens. In der folgenden Tabelle sind drei Versuchsreihen mit den zugehörigen Randwinkeln zusammengestellt.

	I.		II.		III.	
$l$	$\angle x$	$\alpha_1$	$\angle x$	$\alpha_1$	$\angle x$	$\alpha_1$
2,5 cm	20,5°	5,540 $\frac{\text{mg}}{\text{mm}}$	18,5°	5,631 $\frac{\text{mg}}{\text{mm}}$	26,5°	5,152 $\frac{\text{mg}}{\text{mm}}$
5	13,5	5,800	12,0	5,848	19,8	5,563
10	9,7	5,906	8,0	5,940	13,5	5,805
20	7,3	5,953	5,5	5,976	8,5	5,925
10	9,9	5,900	7,5	5,948	13,4	5,810
5	14,5	5,773	11,5	5,862	19,3	5,588
2,5	20,4	5,542	17,5	5,682	26,5	5,152

$l$  bedeutet die Länge der Wasseroberfläche im Trog in Centimetern.  $5l$  ist also die Oberfläche in Quadratcentimetern. Die drei Versuchsreihen sind mit demselben Oeltropfen hergestellt, die zweite um eine Viertelstunde später als die erste. Bei der dritten war durch wiederholtes Zusammenschieben der Oelhaut die Oberfläche künstlich verunreinigt.

Wie man sieht, wurde die Oberfläche zwischen zwei Winkelmessungen aufs doppelte vergrößert und dann wieder in der



gleichen Weise bis zum Anfangswert verkleinert. Der Hin- und Rückweg ergab nahezu die gleichen Werte. Aus den Tab. I und II, sowie später aus IV, V, VI scheint zu folgen, dass die Oberfläche mit der Zeit reiner wird. Das ist aber nur richtig, wenn man die Grenzflächenspannung  $\alpha_{12}$  als unabhängig von der Grösse der Grenzfläche Oel-Wasser betrachten darf. Eine Wiederholung des Versuches ergab folgende Tabelle.

IV.			V.			VI.		
$l$	$\Delta x$	$\alpha_1$	$\Delta x$	$\alpha_1$	$\Delta x$	$\alpha_1$	$\Delta x$	$\alpha_1$
2,5 cm	14,0°	5,788 $\frac{\text{mg}}{\text{mm}}$	12,9°	5,840 $\frac{\text{mg}}{\text{mm}}$	11,5°	5,865 $\frac{\text{mg}}{\text{mm}}$		
5	9,0	5,915	7,6	5,942	7,6	5,942		
10	4,6	5,988	4,5	5,990	4,5	5,990		
20	2,3	6,010	2,4	6,008	2,4	6,008		
10	4,3	5,991	3,5	6,000	3,5	6,000		
5	7,6	5,942	7,1	5,958	6,6	5,962		
2,5	13,3	5,816	11,7	5,862	11,5	5,865		

Diese drei Versuchsreihen sind wieder mit ein und demselben Tropfen je um eine Viertelstunde später ausgeführt. Der Hin- und Rückgang ist wieder annähernd der gleiche. Man kann daraus schliessen, dass in der kurzen Zeit, die die Beobachtungen einer Verticalcolumnne beanspruchen, keine weitere Ausbreitung erfolgt. Das ist nicht mehr der Fall bei den folgenden Versuchsreihen. Zunächst wurde in umgekehrter Reihenfolge vorgegangen, indem der Oeltropfen auf eine Oberfläche von 20 cm Länge aufgesetzt und dieselbe dann verkleinert wurde. Die Resultate sind die folgenden:

VII.		
$l$	$\Delta x$	$\alpha_1$
20 cm	10,5°	5,884 $\frac{\text{mg}}{\text{mm}}$
10	14,2	5,784
5	18,6	5,628
2,5	23,5	5,372
5	15,5	5,740
10	10,3	5,888
20	5,5	5,977

Um über ein grösseres Gebiet hin den Verlauf der Capillarconstanten zu erhalten, wurde noch ein Versuch gemacht, bei dem mit 1,25 cm Oberfläche begonnen und die Vergrößerung derselben bis 60 cm ausgedehnt wurde. Es zeigte sich auch hier, dass bei der Verkleinerung die Werte von  $\alpha_1$  für gleiche Wasseroberfläche grösser waren, als bei der Vergrößerung.

## VIII.

$l$	$\alpha x$	$\alpha_1$	$l$	$\alpha x$	$\alpha_1$
1,25 cm	23,5°	5,373 $\frac{\text{mg}}{\text{mm}}$	60 cm	2,5°	6,010 $\frac{\text{mg}}{\text{mm}}$
2,5	16,5	5,706	50	2,3	6,010
5	9,5	5,906	40	2,3	6,010
10	6,1	5,968	30	2,3	6,010
20	4,5	5,990	20	2,3	6,010
30	3,5	6,000	10	3,0	6,006
40	3,3	6,002	5	5,5	5,976
50	2,6	6,010	2,5	8,5	5,925
60	2,5	6,010	1,25	13,5	5,807

## Vergleiche mit der Cohäsionswaage.

Es ist bisher angenommen, dass die Grenzflächenspannung  $\alpha_{12}$  constant bleibt. Schon die zeitliche Zunahme von  $\alpha_1$  bei gleicher Wasseroberfläche in den Tab. I, II und III, IV, V spricht aber gegen diese Annahme. Es wurden deshalb Parallelversuche mit der Cohäsionswaage gemacht, die dann umgekehrt  $\alpha_{12}$  aus  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  und dem Randwinkel berechnen liessen. Als Waage diente eine Mohr'sche Waage, an deren einem Arm ein am unteren Rande platinirtes Platinblech<sup>1)</sup> von nebenstehender Gestalt (Fig. 5) befestigt war. Die Länge der unteren Kante betrug 26,0 mm. Ist  $P$  mg das Abreissgewicht, so ist demnach

$$\alpha_1 = \frac{P \text{ mg}}{52 \text{ mm}}$$

1) F. Nansen, On Hydrometers and the surface tension of liquids. The Norwegian North Polar Expedition 1893—1896. Scientific results. 10. p. 61. 1900.

Um die Bestimmung möglichst schnell durchführen zu können, wurde nicht das einer bestimmten Oberflächengrösse zukommende Abreissgewicht, sondern die einem bestimmten Abreissgewicht entsprechende Oberflächengrösse bestimmt. Es wurde also ein passend gewähltes Gewicht auf den zweiten Arm der Waage aufgesetzt, die Oberfläche so weit ausgedehnt, dass sie das Platinblech eben trug, und nun verkleinert, bis es abriess. Die Waage befand sich in der Höhe, dass das Abreissen bei der Nullstellung der Zunge erfolgte.

Es ergaben sich folgende Versuchsreihen:

## IX.

$l$	$\angle \alpha$	$G$	$\alpha_1$ ber.	$\alpha_1$ beob.	$\alpha_{12}$
8 cm	11,5°	5,00	5,86 $\frac{\text{mg}}{\text{mm}}$	4,80 $\frac{\text{mg}}{\text{mm}}$	1,628 $\frac{\text{mg}}{\text{mm}}$
10	8,0	5,10	5,94	4,90	1,616
12	6,0	5,30	5,97	5,09	1,755
16	3,25	5,50	6,00	5,28	1,889

## X.

$l$	$\angle \alpha$	$G$	$\alpha_1$ ber.	$\alpha_1$ beob.	$\alpha_{12}$
4,0 cm	12,0°	5,30	5,845 $\frac{\text{mg}}{\text{mm}}$	5,10 $\frac{\text{mg}}{\text{mm}}$	1,912 $\frac{\text{mg}}{\text{mm}}$
6,0	8,0	5,50	5,935	5,29	2,003
9,5	5,05	5,70	5,982	5,48	2,139
17,8	4,0	5,90	5,993	5,67	2,290

## XI.

$l$	$\angle \alpha$	$G$	$\alpha_1$ beob.	$\alpha_{12}$
8,5 cm	10,0°	5,40	5,19 $\frac{\text{mg}}{\text{mm}}$	1,946 $\frac{\text{mg}}{\text{mm}}$
9,7	9,5	5,50	5,28	2,020
11,5	8,2	5,60	5,38	2,089
13,5	7,2	5,70	5,47	2,158
16,4	6,0	5,80	5,57	2,237
23,0	5,5	5,90	5,67	2,329
17,2	6,0	5,80	5,57	2,237
12,4	7,5	5,60	5,38	2,071
10,5	9,0	5,50	5,28	2,010
9,0	10,7	5,40	5,19	1,965

Den Gewichten der Mohr'schen Waage liegt 0,5 g als Einheit zu Grunde. Die Columnne  $G$  enthält die Gewichte in dieser Einheit. Es ist also

$$P = \frac{G}{2}.$$

Die vierte Columnne enthält die Werte von  $\alpha_1$ , berechnet aus  $x$  und dem Werte

$$\alpha_{12} = 2,63 \frac{\text{mg}}{\text{mm}},$$

die fünfte die aus  $G$  beobachteten Werte  $\alpha_1$ , und die letzte die Werte  $\alpha_{12}$ , die sich aus der Formel:

$$\alpha_{12}^2 = \alpha_1^2 + \alpha_2^2 - 2 \alpha_1 \alpha_2 \cos x$$

ergeben.

Der nach der früheren Methode gefundene Wert von  $\alpha_{12}$  war, wie man sieht, wesentlich zu gross. Ferner ist in der That  $\alpha_{12}$  ebenfalls veränderlich. Durch Hydrolyse des Oels oder ähnliche Wirkung bildet sich demnach auf der Grenzfläche von Oel und Wasser eine Schicht einer fremden Flüssigkeit aus, die bei der Vergrösserung der Grenzfläche ihre Dicke ändert. Der Grössenordnung nach stimmen diese Werte von  $\alpha_{12}$  übrigens mit dem von Quincke<sup>1)</sup> ermittelten — 2,09 mg/mm — überein.

Die mit Oel bedeckte Wasseroberfläche zeigt ein inhomogenes Aussehen. Sie ist mit allerlei Zeichnungen und Trübungen bedeckt. Bringt man aber nur sehr geringe Mengen Oel auf das Wasser, so bleibt die Oberfläche vollkommen klar, während die Capillarconstante wesentlich herabgesetzt wird.

Um einen Anhalt über die Dicke einer solchen Oelschicht zu erhalten, wurde ein dünner Platindraht, der mit Oel benetzt war, auf einer empfindlichen Waage mit Spiegelablesung gewogen, etwa 5 mm tief in die frisch hergestellte Wasseroberfläche getaucht und nach dem Verdunsten des Wassers wieder gewogen. Es ergab sich die Oelmenge

$$0,057 \text{ mg.}$$

1) G. Quincke, Pogg. Ann. 130. p. 19. 1870.

Die Wasseroberfläche hatte die Grösse von  $100 \text{ cm}^2$ , so-  
dass sich pro  $\text{cm}^2$  die Oelmenge

$$\sigma = 570 \cdot 10^{-6} \text{ mg}$$

ergibt. Aus dem spezifischen Gewicht des Oels 0,915 findet  
man somit die Dicke

$$d = 6,23 \cdot 10^{-6} \text{ mm.}$$

## XII.

$l$	$d \cdot 10^6$	$\sigma \cdot 10^6$	$\alpha_1$
10 cm	12,46 mm	1140 $\frac{\text{mg}}{\text{cm}^2}$	5,82 $\frac{\text{mg}}{\text{mm}}$
15	8,81	760	5,87
20	6,23	570	5,92
30	4,16	385	6,01
40	3,11	285	6,04

Diese Tabelle enthält die Dicken  $d$  und die Oelmengen  
pro  $\text{cm}^2$   $\sigma$ , die sich beim Vergrössern und Verkleinern der  
Oberfläche ergaben, und in der letzten Columne die zugehörigen  
Werte der Capillarconstanten, bestimmt mit der Cohäsions-  
waage. Beim Verkleinern der Oberfläche unter 20 cm traten  
Trübungen auf (vgl. später die Bestimmung des Molecular-  
wirkungsradius). Wie aus den Werten  $\alpha_1$  folgt, bilden die bei  
den früheren Versuchen sich ausbreitenden Oelmengen weit  
dickere Schichten, als hier.

Eine Wiederholung der Versuche gab eine Abweichung  
in den zu einem bestimmten Werte von  $d$  gehörigen Werten  
von  $\alpha_1$ . Diese Abweichung mag damit zusammenhängen, dass  
sich  $\alpha_1$  bei constanter Wasseroberfläche und kleinen Oelmengen  
zeitlich verändert, und es nicht möglich ist, sofort nach Auf-  
bringen des Oels die Messungen anzustellen. Die Werte der  
zweiten Beobachtung sind:

$l$	$d \cdot 10^6$	$\sigma \cdot 10^6$	$\alpha_1$
18,0 cm	4,01 mm	367 $\frac{\text{mg}}{\text{mm}}$	5,96 $\frac{\text{mg}}{\text{mm}}$
11,5	6,35	580	5,81

Der Minimalwert von  $d$ .

Wenn uns die auf die genannte Weise berechneten Werte  $d$  wirklich die Dicke einer homogenen Schicht angeben, so haben wir es hier jedenfalls mit Schichtdicken zu thun, die weit unter dem doppelten Radius der Molecularwirkungssphäre, der der Grössenordnung nach etwa bei  $100 \mu$  zu suchen ist<sup>1)</sup>, liegen. Für eine Schicht dieser Dicke müsste sich ergeben

$$\alpha_1 = \alpha_{12} + \alpha_2,$$

also etwa 5,4 mg/mm. Es ist dies der kleinste Wert, den wir erwarten dürfen. Ich habe nun auf folgende Weise die Schichtdicke zu vergrössern gesucht. Etwa 10 cm von der einen Querseite der Wanne entfernt wurde eine Brücke aufgesetzt, bei 20 cm eine zweite. Vor die erste Brücke und zwischen die erste und zweite wurde eine gewisse Oelmenge aufgebracht. Dann wurde die erste Brücke entfernt, die zweite bis an ihre Stelle herangeschoben und die erste an die Stelle der zweiten gelegt. Hierauf wird wieder zwischen beiden Brücken eine Oelschicht erzeugt, und so fort in der gleichen Weise verfahren. Der kleinste Wert von  $\alpha_1$ , den ich auf diese Weise noch sicher constatiren konnte, betrug

$$3,4 \frac{\text{mm}}{\text{mg}}.$$

Es werden von hier an die Versuche unsicher, da das Platinblech, auch jedesmal frisch ausgeglüht, sehr rasch seine Benetzbarkeit infolge der grossen Oelmenge verliert. Es ist jedoch sehr wohl möglich, dass dieser Wert von  $\alpha_1$  noch nicht den Grenzwert bildet. Das Resultat, dass wir bis zu Werten, die weit kleiner als  $\alpha_1 + \alpha_{12}$  sind, gelangen können, beweist wieder, dass wir es nicht mit einer normalen Oelschicht auf Wasser zu thun haben, sondern mit der Schicht einer durch das Wasser veränderten Flüssigkeit.

Der kleinste Wert der Oberflächenspannung  $\alpha_1$  der unreinigten Oberfläche, der überhaupt auftritt, müsste jeden-

1) G. Quincke, Pogg. Ann. 137. p. 413. 1869.



falls dann erreicht sein, wenn die Dicke der ausgebreiteten Schicht — gleichgültig aus welcher Substanz dieselbe besteht — gleich dem Durchmesser der Molecularwirkungssphäre ist. Wenn wir aus den ersten und letzten Werten für die Dicke  $d$  und für  $\alpha_1$  der Tab. XII den zu 3,4 mg/mm gehörigen Wert von  $d$  linear extrapoliren, also wenn wir die Gleichung

$$d = a \alpha_1 + b$$

zu Grunde legen, so ergibt sich für

$$\alpha_1 = 3,4$$

und ist

$$d = 2l = 115 \text{ mm},$$

wenn  $l$  den Radius der Wirkungssphäre bedeutet. Dieser Wert stimmt mit den Messungen von Quincke nahezu überein, der  $2l = 100 \mu\mu$  gefunden hat. Die Uebereinstimmung wird noch besser, wenn man bedenkt, dass bei der Berechnung der Dicke die Oelschicht als gleich dick an allen Stellen angenommen ist, während man bei passender Beleuchtung bei nicht zu dünnen Schichten (vgl. p. 715) runde Oellinsen von grösserer Dicke als die Umgebung erkennen kann. Die wirkende Oelschicht war demnach in Wirklichkeit kleiner als  $115 \mu\mu$ .

Uebrigens ist die Extrapolation in der angegebenen Weise nur sehr angenähert zulässig, und die durch das Wasser bewirkte Aenderung der dünnen Oelhaul kann auch die Messungen beeinflusst haben.

Einen Minimalwert der Oberflächenspannung für geringe Dicken (etwa 10 oder  $17 \mu\mu$ ) der Oelhaul, wie er nach den Untersuchungen von Reinold und Rücker<sup>1)</sup> und Sir W. Thomson<sup>2)</sup> zu erwarten wäre, habe ich nicht gefunden.

#### Paraffinöl auf Wasser.

Um ausser Olivenöl noch eine andere Flüssigkeit zu untersuchen, verwandte ich Paraffinöl. Dieses zeigt ein ganz anderes Verhalten, wenn man es auf Wasser bringt. Es bleibt auch

1) A. W. Reinold und A. W. Rücker, Wied. Ann. 44. p. 782. 1891.

2) W. Thomson, Popular lectures I. p. 9. 1896.

hier ein scharf begrenzter Tropfen liegen. Die Capillar-constante des Wassers aber wird nur ausserordentlich wenig herabgesetzt. Eine frische Wasseroberfläche zeigte immer die Constante

$$\alpha_1 = 7,37 \frac{\text{mg}}{\text{mm}}$$

und dieser Wert hielt sich lange constant. Bringt man nun einen Tropfen Paraffinöl darauf, so ändert sich die Constante zeitlich entsprechend folgender Tabelle.

$t$	$\alpha_1$
0 Min.	7,37 $\frac{\text{mg}}{\text{mm}}$
2	7,36
7	7,35
12	7,35

Dieser geringen Abnahme von  $\alpha_1$  entsprechend fand auch eine messbare Aenderung des Randwinkels beim Verkleinern und Vergrössern der Oberfläche nicht statt. Gleichwohl aber sieht man bei günstiger Beleuchtung, dass die Wasseroberfläche von einer Oelhaut bedeckt ist, ähnlich der bei Olivenöl.

#### Schlussfolgerungen.

1. Die Versuche I—VIII geben uns zwar nicht die wirklichen Werte der Oberflächenspannung  $\alpha_1$ ; es folgt aber aus ihnen, dass sich der Randwinkel des Oels beim Vergrössern und Verkleinern der Wasseroberfläche continuirlich ändert. Einen maximalen Grenzwert des Winkels habe ich nicht erreicht.

2. Die Grenzflächenspannung Oel gegen Wasser ist auch mit der Grösse der Grenzfläche veränderlich.

1) Es war dies der grösste Wert, den ich mit der angewandten Cohäsionswaage erhielt. Auch in Glasgefässen, die leichter zu reinigen sind, als der angewandte Trog, bekam ich ihn nicht grösser. F. Nansen findet (l. c. p. 71 und 56) für die Oberflächenspannung des Wassers im Maximum 7,5, im Minimum 4,4 mg/mm.

3. Die Versuche mit der Cohäsionswaage ergaben, dass die Oberflächenspannung der anomalen Wasseroberfläche weit kleinere Werte annehmen kann, als man nach der Formel

$$\alpha_1 = \alpha_{12} + \alpha_2 = 5,4$$

erwarten sollte.

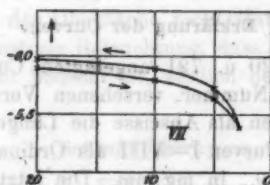
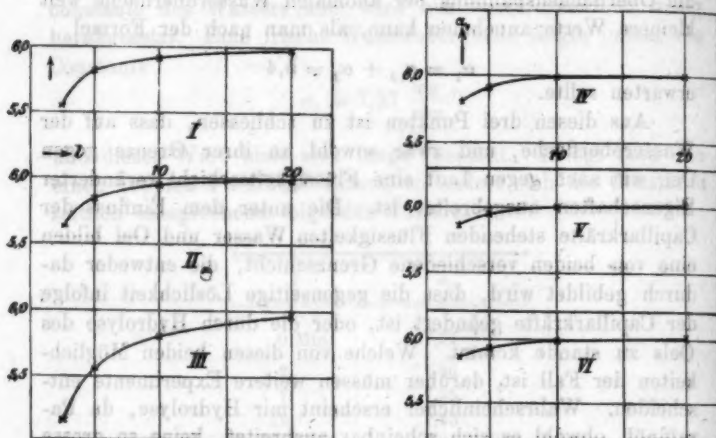
Aus diesen drei Punkten ist zu schliessen, dass auf der Wasseroberfläche, und zwar sowohl an ihrer Grenze gegen Oel, wie auch gegen Luft eine Flüssigkeitsschicht veränderter Eigenschaften ausgebreitet ist. Die unter dem Einfluss der Capillarkräfte stehenden Flüssigkeiten Wasser und Oel bilden eine von beiden verschiedene Grenzschicht, die entweder dadurch gebildet wird, dass die gegenseitige Löslichkeit infolge der Capillarkräfte geändert ist, oder die durch Hydrolyse des Oels zu stande kommt. Welche von diesen beiden Möglichkeiten der Fall ist, darüber müssen weitere Experimente entscheiden. Wahrscheinlicher erscheint mir Hydrolyse, da Paraffinöl, obwohl es sich scheinbar ausbreitet, keine so grosse Aenderung von  $\alpha_1$  verursacht.

#### Erklärung der Curven.

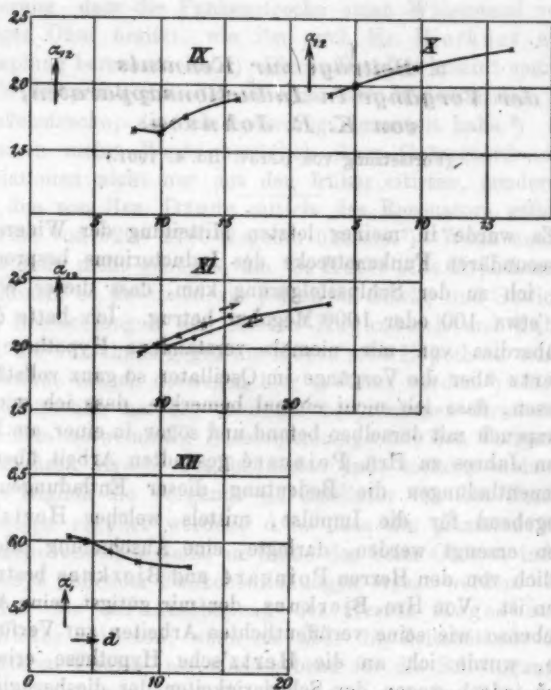
Die auf p. 720 u. 721 angefügten Curven gehören zu den mit gleicher Nummer versehenen Versuchsreihen. Die Curven I—XI haben als Abscisse die Länge der Wasseroberfläche in cm, die Curven I—VIII als Ordinaten die Werte  $\alpha_1$ , IX—XI die Werte  $\alpha_{12}$  in mg/mm. Die letzte Curve, XII, hat die berechneten Dicken  $d$  der Schicht in  $\mu\mu$  zur Abscisse und wieder  $\alpha_1$  zur Ordinate.

Zum Schluss erlaube ich mir, Hrn. Geheimrät Quincke meinen herzlichsten Dank für seine liebenswürdige Unterstützung auszusprechen.

(Eingegangen 19. Januar 1901.)



Curven I—VIII.



Curven IX—XII.

**5. Beiträge zur Kenntnis  
der Vorgänge in Inductionsapparaten;  
von K. R. Johnson.**

(Fortsetzung von p. 137. Bd. 4. 1901.)

Es wurde in meiner letzten Mitteilung der Widerstand der secundären Funkenstrecke des Inductoriums besprochen, wobei ich zu der Schlussfolgerung kam, dass dieser Widerstand etwa 100 oder 1000 Megohm betrug. Ich hatte dabei die überdies von mir niemals verstandene Hypothese von H. Hertz über die Vorgänge im Oscillator so ganz vollständig vergessen, dass ich nicht einmal bemerkte, dass ich mich in Widerspruch mit derselben befand und sogar in einer am Ende vorigen Jahres zu Hrn. Poincaré gesandten Arbeit über die Funkenentladungen die Bedeutung dieser Entladungen als maassgebend für die Impulse, mittels welcher Hertz'sche Wellen erzeugt werden, darlegte, eine Anschauung, die bekanntlich von den Herren Poincaré und Bjerknes bestritten worden ist. Von Hrn. Bjerknes, der mir gütigst seine Apparate ebenso wie seine veröffentlichten Arbeiten zur Verfügung stellte, wurde ich an die Hertz'sche Hypothese erinnert. Da ich jedoch wegen der Schwierigkeiten der diesbezüglichen Beobachtungen wohl kaum einige nennenswerte Beobachtungsergebnisse erhoffen kann, so scheint es mir am besten, sogleich die theoretischen Schlussfolgerungen, zu denen ich gekommen bin, zuerst wieder zu entwickeln, obwohl sie mit der oben erwähnten Theorie, die ihre Geburt so grossen Namen verdankt, in Widerspruch kommen.

Die Erscheinungen, die im primären Hertz'schen Leiter, im Oscillator stattfinden, wurden bekanntlich von H. Hertz mit der Bewegung eines Pendels verglichen, und zwar wurde dabei angenommen, dass die Schwingungen zwischen den beiden am Ende des Oscillators befestigten Capacitäten nur durch die Funkenstrecke lediglich gehen und dass die Funkenstrecke mit einem metallischen Widerstand äquivalent sein sollte.



Diese Anschauung führt mit Notwendigkeit zu der Schlussfolgerung, dass die Funkenstrecke einen Widerstand von nur einigen Ohm besitzt, wie ihn auch Hr. Bjerknæs aus der Dämpfung berechnet hat.<sup>1)</sup> Dieses Resultat kommt somit ganz in Widerspruch mit den Werten des Widerstandes zu der Funkenstrecke, die ich neuerdings ermittelt habe.<sup>2)</sup> Jedoch stimmen meine Werte bezüglich ihrer Grössenordnung und Variationen nicht nur mit den früher citirten, sondern auch mit den von Hrn. Drude mittels des Resonators gefundenen Werten von 520—2780 Megohm überein.<sup>3)</sup> Wenn auch diese Umstände nicht genügen, um die Hertz'sche Hypothese fallen zu lassen, so gewinnen sie jedoch an Stärke und Gewicht von den Betrachtungen der Herren Hagenbach und Zehnder, und die von ihnen gegen die Hertz'sche Hypothese erhobenen Einwände mögen deswegen hier erwähnt werden.<sup>4)</sup> Sie heben nachdrücklich hervor, dass die besprochenen Erscheinungen in einem notwendigen Zusammenhange mit den Vorgängen im secundären Kreise des benutzten Inductoriums stehen, und dass folglich die Vorgänge im Oscillator von den Funkenentladungen regulirt werden, d. h. dass die primären Schwingungen von einer Reihe im Sinne des beim Oeffnen inducirten Stromes gehender Funkenentladungen erregt werden. So weit wollen wir der Anschauung der Herren Hagenbach und Zehnder beitreten; wenn sie aber die Zeitabstände der elementaren Funken als maassgebend für die Schwingungsdauer betrachten und selbst die Resonanz von den Zeitintervallen der Partialfunken abhängig machen, so können wir dieser Meinung nicht beistimmen. Die Zeitabstände der einzelnen elementaren Funken variiren in den oben erwähnten Versuchen von Hrn. Moll<sup>5)</sup> etwa von 0,0002 bis 0,0020 Sec. und diese Abstände sind von der Schwingungsdauer des Resonators allzu verschieden, um eine solche Annahme zu erlauben. Im Gegenteil scheinen diese Angaben eher zu beweisen, dass die Zeitintervalle der partialen Funken gegenüber der Schwingungs-

1) V. Bjerknæs, Wied. Ann. 55. p. 124. 1895.

2) K. R. Johnson, Ann. d. Phys. 4. p. 137. 1901.

3) P. Drude, Wied. Ann. 53. p. 721. 1894.

4) A. Hagenbach u. L. Zehnder, Wied. Ann. 43. p. 610. 1891.

5) T. Moll, Bih. till. K. Sv. Vet. Akad. Handl. Bd. 12. 1886.

dauer des Resonators so gross sind, dass die von einem einzelnen Funken erregten Schwingungen vollständig gedämpft werden müssen, ehe sie ein folgender Funke wieder erweckt. Dass Funkenentladungen eine schwingende Bewegung hervorrufen, ist leicht aus dem Wollaston-Faraday'schen Versuche, an welchen ich früher erinnert habe, zu ersehen.<sup>1)</sup> Die von den Wollaston'schen Elektroden entwickelte Gasmenge wurde ja vergrössert, wenn Funken in eine parallel geschaltete Funkenstrecke schlugen, und dieser Zuwachs kann offenbar von nichts anderem, als von der von den Entladungen vergrösserten Amplitude der Schwingungen herrühren.

Der primäre Leiter, der Oscillator, besteht aus zwei ganz symmetrischen Hälften (I) und (II) (vgl. beistehende Figur) und beim Oeffnen des Batteriestromes läuft der inducirte Strom von dem einen Pole  $P_2$  des Inductoriums durch die secundäre Spule zum anderen Pole  $P_1$ , wo bald, infolge der erhöhten Potentialdifferenz, ein Funke von  $P_1$  zu  $P_2$  überspringt. Dabei wird das Potential der Kugel  $P_1$  plötzlich vermindert und das Potential der Kugel  $P_2$  fast gleichzeitig erhöht. Durch Zufließen der vom inducirten Strome geführten Elektricitätsmenge steigt



das Potential wieder an  $P_1$  und fällt an  $P_2$ , bis die zur Entladung nötige Potentialdifferenz erreicht wird etc. Bei jeder einzelnen Funkenentladung bewirkt das Herabsetzen des Potentials in  $P_1$  eine Strömung vom Condensator  $K_1$  nach der Kugel  $P_1$  zu und das Erhöhen des Potentials an  $P_2$  bewirkt zur selben Zeit eine Strömung von  $P_2$  nach  $K_2$ . Das Potential steigt zuletzt in  $P_1$  und  $K_1$  zu einem Maximum, dann kehren die etwas gedämpften Ströme in den Richtungen  $P_1 K_1$  und  $K_2 P_2$  wieder zurück etc., bis zuletzt wegen der Dämpfung die Schwingungen ganz aufhören.

Es sei  $\lambda_1$  der Coefficient der Selbstinduction jedes Haltheiles des Oscillators und  $\rho_1$  dessen Widerstand;  $\lambda_2$  der Coefficient der Selbstinduction des Resonators und  $\rho_2$  der zugehörige

1) K. R. Johnson, Ann. d. Phys. 3. p. 461. 1900. Ausführlicher ist dieser Umstand in der zu L'éclairage électr. gesandten Arbeit besprochen.

Widerstand. Mit  $\mu$  bezeichnen wir den Coefficienten der gegenseitigen Induction zwischen dem secundären Leiter und einem Haltheile des primären, mit  $\gamma$  die Capacität der Kugeln  $P_1$  oder  $P_2$ , mit  $\gamma_1$  diejenige des Condensators  $K'_1 K''_1$ . Für die Ströme,  $i_1$  in jeder Hälfte des Oscillators und  $i_2$  im Resonator, erhält man folgende Gleichungen:

$$(53) \quad \begin{cases} \lambda_1 \frac{di_1}{dt} + \mu \frac{di_2}{dt} + e_1 i_1 = v - V_1 = E_1, \\ \lambda_2 \frac{di_2}{dt} + 2\mu \frac{di_1}{dt} + e_2 i_2 = E_2, \\ i_1 = -\gamma \frac{dv}{dt} = \gamma_1 \frac{dV}{dt}, \\ i_2 = -C_2 \frac{dE_2}{dt}, \end{cases}$$

wo  $v$  das Potential der Kugel  $P_1$ ,  $V$  das Potential der Metallscheibe  $K_1$ , und  $E_2$  die Potentialdifferenz des secundären Condensators zur Zeit  $t$  bedeuten. Die Zeit  $t$  wird von der Entladung des partialen Funkens an gerechnet. Die Gleichungen sind offenbar dieselben, die im allgemeinen für die gegenseitige Induction zweier Leiter gelten, nur mit dem Unterschiede, dass in der zweiten Gleichung (53) das Glied  $2\mu (di_1/dt)$  den Coefficienten  $2\mu$  wegen des Einflusses der beiden Hälften des Oscillators enthält.

Aus den beiden Ausdrücken des primären Stromes erhält man

$$(54) \quad i_1 = -\frac{\gamma \gamma_1}{\gamma + \gamma_1} \frac{d(v - V)}{dt} = -C_1 \frac{dE_1}{dt},$$

wenn  $\gamma_1 \gamma_2 / (\gamma_1 + \gamma_2)$  mit  $C_1$  und  $v - V$  mit der Potentialdifferenz  $E_1$  ersetzt werden. Bei Eliminiren von  $i_1$  und  $i_2$  aus den Gleichungen (53) erhält man

$$(55) \quad \begin{cases} \lambda_1 C_1 \frac{d^2 E_1}{dt^2} + \mu C_2 \frac{d^2 E_2}{dt^2} + e_1 C_1 \frac{dE_1}{dt} + E_1 = 0, \\ \lambda_2 C_2 \frac{d^2 E_2}{dt^2} + 2\mu C_2 \frac{d^2 E_1}{dt^2} + e_2 C_2 \frac{dE_2}{dt} + E_2 = 0. \end{cases}$$

Die Integrale dieser Gleichungen hängen von den Wurzeln der algebraischen Gleichung

$$(56) \quad \begin{cases} (\lambda_1 \lambda_2 - 2\mu^2) C_1 C_2 z^4 + (\lambda_1 e_2 + \lambda_2 e_1) C_1 C_2 z^3 \\ + (\lambda_1 C_1 + \lambda_2 C_2 + e_1 C_1 e_2 C_2) z^2 \\ + (e_1 C_1 + e_2 C_2) z + 1 = 0 \end{cases}$$

ab, und wenn die Wurzeln derselben mit  $-q_1 \pm p_1 i$  und  $-q_2 \pm p_2 i$  bezeichnet werden, so hat man zu den Differentialgleichungen (55) folgende Lösungen:

$$(57) \quad \begin{cases} E_1 = A_1 e^{-q_1 t} \sin p_1 t + B_1 e^{-q_1 t} \cos p_1 t \\ \quad + A_2 e^{-q_2 t} \sin p_1 t + B_2 e^{-q_2 t} \cos p_2 t, \\ E_2 = X_1 e^{-q_1 t} \sin p_1 t + Y_1 e^{-q_1 t} \cos p_1 t \\ \quad + X_2 e^{-q_2 t} \sin p_2 t + Y_2 e^{-q_2 t} \cos p_2 t. \end{cases} \quad (5)$$

Die Gleichung (56) ist offenbar die häufiger vorkommende Beziehung, die gegenseitige Induction zwischen zwei Leitern darstellt, obwohl das Quadrat des Coefficienten der gegenseitigen Induction hier mit der Zahl 2 multiplicirt worden ist. Die gegenseitige Induction ist ganz schwach und unter dieser Voraussetzung ist das Problem bereits von Hrn. Erskine behandelt worden.<sup>1)</sup> In seiner Arbeit giebt er die Annäherungswerte der Wurzeln  $-q_1 \pm p_1 i$  und  $-q_2 \pm p_2 i$ ; es scheint jedoch räthlich, die Integrationsconstanten  $X_1, Y_1, X_2$  und  $Y_2$  zuerst ohne Zuhülfenahme der Annäherungswerte zu bestimmen. Es sei  $Q_0$  die Elektricitätsmenge, die bei einem einzelnen partialen Funken von Kugel  $P_1$  zu  $P_2$  übertragen wird; das Potential der ersten Kugel wird dann um die Grösse  $Q_0/\gamma$  plötzlich vermindert, und das Potential der zweiten Kugel  $P_2$  um dieselbe Grösse vermehrt, und man erhält somit die Anfangsbedingungen

$$(E_1)_0 = -\frac{Q_0}{\gamma}, \quad (E_2)_0 = 0, \quad (i_1)_0 = 0 \text{ und } (i_2)_0 = 0.$$

Aus den Differentialgleichungen (55) erhält man somit folgende Werte der Differentialquotienten von  $E_1$  und  $E_2$  zur Zeit  $t = 0$ :

$$\begin{aligned} \left(\frac{dE_1}{dt}\right)_0 &= 0, & \left(\frac{dE_2}{dt}\right)_0 &= 0, \\ \left(\frac{d^2E_1}{dt^2}\right)_0 &= \frac{Q_0}{\gamma} \cdot \frac{1}{\lambda_1 C_1 d}, & \left(\frac{d^2E_2}{dt^2}\right)_0 &= -\frac{2\mu}{\lambda_1 \lambda_2 C_2 d} \cdot \frac{Q_0}{\gamma}, \\ \left(\frac{d^3E_1}{dt^3}\right)_0 &= -\frac{1}{\lambda_1 C_1 d^2} \cdot \left(\frac{q_1}{\lambda_1} + \frac{2\mu^2}{\lambda_1 \lambda_2} \cdot \frac{q_2}{\lambda_2}\right) \frac{Q_0}{\gamma}, \\ \left(\frac{d^3E_2}{dt^3}\right)_0 &= \frac{2\mu}{\lambda_1 \lambda_2 C_2 d^2} \left(\frac{q_1}{\lambda_1} + \frac{q_2}{\lambda_2}\right) \frac{Q_0}{\gamma}. \end{aligned} \quad (61)$$

1) J. A. Erskine, Wied. Ann. 66. p. 269. 1898.

Beim Differentiiren der letzten Gleichung (57) und Einsetzen der obigen Anfangswerte erhält man somit

$$(58) \begin{cases} Y_1 + Y_2 = 0, \\ X_1 p_1 + X_2 p_2 - Y_1 q_1 - Y_2 q_2 = 0, \\ 2 q_1 X_1 p_1 + 2 q_2 X_2 p_2 + Y_1 (p_1^2 - q_1^2) \\ \quad + Y_2 (p_2^2 - q_2^2) = \frac{2\mu}{\lambda_1 \lambda_2 C_2 A} \cdot \frac{Q_0}{\gamma}, \end{cases}$$

$$(58a) \begin{cases} X_1 p_1 (3 q_1^2 - p_1^2) + X_2 p_2 (3 q_2^2 - p_2^2) \\ \quad + Y_1 q_1 (3 p_1^2 - q_1^2) + Y_2 q_2 (3 p_2^2 - q_2^2) \\ \quad = \frac{2\mu}{\lambda_1 \lambda_2 C_2 A^2} \left( \frac{q_1}{\lambda_1} + \frac{q_2}{\lambda_2} \right) \frac{Q_0}{\gamma}. \end{cases}$$

Die Grösse  $Q_0/\gamma$  wird mit  $Q_0'/C_1$  ersetzt, und aus der zweiten und dritten der obigen Gleichungen erhält man:

$$(59) \begin{cases} 2 X_1 p_1 = \frac{2\mu Q_0'}{(q_1 - q_2) \lambda_1 C_1 \lambda_2 C_2 A} - \frac{Y_1 (p_1^2 + q_1^2) + Y_2 (p_2^2 + q_2^2)}{q_1 - q_2} + 2 q_1 Y_1, \\ 2 X_2 p_2 = \frac{-2\mu Q_0'}{(q_1 - q_2) \lambda_1 C_1 \lambda_2 C_2 A} + \frac{Y_1 (p_1^2 + q_1^2) + Y_2 (p_2^2 + q_2^2)}{q_1 - q_2} + 2 q_2 Y_2, \end{cases}$$

und beim Einsetzen dieser Werte in der letzten Gleichung ergibt sich:

$$(59a) Y_1 = -Y_2 = \frac{2\mu Q_0'}{\lambda_1 C_1 \lambda_2 C_2 A^2} \left( \frac{q_1}{\lambda_1} + \frac{q_2}{\lambda_2} \right) - \frac{\mu Q_0' [3(q_1^2 - q_2^2) - (p_1^2 - p_2^2)]}{(q_1 - q_2) \lambda_1 C_1 \lambda_2 C_2 A},$$

wo der Nenner  $N$  die folgende Bedeutung hat:

$$N = \frac{[p_1^2 + q_1^2 - (p_2^2 + q_2^2)]^2 - 4(q_1 - q_2)[q_2(p_1^2 + q_1^2) - q_1(p_2^2 + q_2^2)]}{2(q_1 - q_2)}.$$

Mit Hilfe der Gleichungen (6) und (9) in der oben erwähnten Arbeit von Hrn. Erskine kann der Zähler in (59a) mittels der Wurzeln ausgedrückt werden, und es ergibt sich somit:

$$(60) Y_1 = -Y_2 = 2\mu Q_0' \frac{(p_1^2 + q_1^2)(p_2^2 + q_2^2)[p_1^2 + q_1^2 - (p_2^2 + q_2^2)]}{[p_1^2 + q_1^2 - (p_2^2 + q_2^2)]^2 - 4(q_1 - q_2)[q_2(p_1^2 + q_1^2) - q_1(p_2^2 + q_2^2)]}.$$

Aus den Gleichungen (59) erhält man:

$$(61) \begin{cases} X_1 = \frac{2\mu Q_0'}{p_1} \cdot \frac{(p_1^2 + q_1^2)(p_2^2 + q_2^2)[q_1(p_2^2 + q_2^2) + (q_1 - 2q_2)(p_1^2 + q_1^2)]}{[p_1^2 + q_1^2 - (p_2^2 + q_2^2)]^2 - 4(q_1 - q_2)[q_2(p_1^2 + q_1^2) - q_1(p_2^2 + q_2^2)]}, \\ X_2 = \frac{2\mu Q_0'}{p_2} \cdot \frac{(p_1^2 + q_1^2)(p_2^2 + q_2^2)[q_2(p_1^2 + q_1^2) + (q_2 - 2q_1)(p_2^2 + q_2^2)]}{[p_1^2 + q_1^2 - (p_2^2 + q_2^2)]^2 - 4(q_1 - q_2)[q_2(p_1^2 + q_1^2) - q_1(p_2^2 + q_2^2)]}. \end{cases}$$

Die Integrationsconstanten  $X_1$ ,  $Y_1$ ,  $X_2$  und  $Y_2$  sind somit in den Formeln (60) und (61) ohne Annäherungswerte als Functionen der Wurzeln dargestellt.

Wenn nun, wie oben erwähnt, vorausgesetzt wird, dass die von einem einzigen Partialfunken erzeugte Wellenbewegung vollständig gedämpft wird, ehe ein neuer Funken zu stande kommt, und die Zahl der elementaren Funken pro Secunde mit  $n$  bezeichnet wird, so wird die Angabe eines zu dem Resonator geschalteten Elektrometers mittels der Beziehung

$$(62) \quad E = K \cdot \sqrt{n \int_0^{\infty} E^2 dt}$$

ausgedrückt, und es wird unmittelbar eingesehen, dass diese Gleichung die von Hrn. Bjerknes untersuchte Resonanzcurve bezeichnet.

Berechnet man das Integral unter dem Wurzelzeichen, so findet man für dasselbe den folgenden, etwas complicirten Ausdruck:

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} E^2 dt = & \frac{X_1^2 + Y_1^2}{4 q_1} + \frac{X_2^2 + Y_2^2}{4 q_2} - \frac{q_1 (X_1^2 - Y_1^2)}{4 (p_1^2 + q_1^2)} - \frac{q_2 (X_2^2 - Y_2^2)}{4 (p_2^2 + q_2^2)} \\ & + \frac{2 p_1 X_1 Y_1}{4 (p_1^2 + q_1^2)} + \frac{2 p_2 X_2 Y_2}{4 (p_2^2 + q_2^2)} + \frac{(q_1 + q_2) (Y_1 Y_2 - X_1 X_2)}{(p_1 + p_2)^2 + (q_1 + q_2)^2} \\ & + \frac{(q_1 + q_2) (Y_1 Y_2 + X_1 X_2)}{8 (p_1 - p_2)^2 + (q_1 + q_2)^2} + \frac{(p_1 + p_2) (X_1 Y_2 + X_2 Y_1)}{(p_1 + p_2)^2 + (q_1 + q_2)^2} \\ & + \frac{(p_1 - p_2) (X_1 Y_2 - X_2 Y_1)}{(p_1 - p_2)^2 + (q_1 + q_2)^2}. \end{aligned}$$

Wie von Hrn. Erskine in seiner oben erwähnten Arbeit bemerkt wird, sind  $q_1$  und  $q_2$  klein gegenüber  $p_1$  und  $p_2$  und dies gilt noch mehr in dem hier zu betrachtenden Falle; demzufolge kann man die obige Gleichung mit guter Annäherung

$$(63) \quad \left\{ \int_0^{\infty} E^2 dt = \frac{X_1^2 + Y_1^2}{4 q_1} + \frac{X_2^2 + Y_2^2}{4 q_2} + \frac{(q_1 + q_2) (Y_1 Y_2 + X_1 X_2)}{(p_1 - p_2)^2 + (q_1 + q_2)^2} \right. \\ \left. + \frac{(p_1 - p_2) (X_1 Y_2 - X_2 Y_1)}{(p_1 - p_2)^2 + (q_1 + q_2)^2} \right.$$

schreiben, und wenn das linke Glied dieser Gleichung mit

$$\frac{E^2}{n K^2}$$

ersetzt wird, so erhält man die Resonanzcurve.



Es soll hier nur ein specieller Fall angenommen werden, nämlich die Beziehung  $C_1 \varrho_1 = C_2 \varrho_2$  zwischen den Widerständen und den Capacitäten der beiden Leiter. Dieser Fall ist von Hrn. Blümcke behandelt worden, der gezeigt hat, dass unter dieser Voraussetzung die Gleichung (56) exact aufgelöst werden kann.<sup>1)</sup> Was die Auflösung betrifft, genügt es hier, auf seine Arbeit zu verweisen und wir wollen hier nur die dabei ermittelten Werte von  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $q_1$  und  $q_2$  anführen:

$$q_1 = \frac{C \varrho}{\lambda_1 C_1 + \lambda_2 C_2 - R},$$

$$q_2 = \frac{C \varrho}{\lambda_1 C_1 + \lambda_2 C_2 + R},$$

$$p_1 = \frac{\sqrt{2(\lambda_1 C_1 + \lambda_2 C_2) - C^2 \varrho^2 - 2R}}{\lambda_1 C_1 + \lambda_2 C_2 - R},$$

$$p_2 = \frac{\sqrt{2(\lambda_1 C_1 + \lambda_2 C_2) - C^2 \varrho^2 + 2R}}{\lambda_1 C_1 + \lambda_2 C_2 + R}.$$

$R$  bedeutet hier die Wurzel

$$R = \sqrt{(\lambda_1 C_1 - \lambda_2 C_2)^2 + 8\mu^2 C_1 C_2}.$$

Von den oben erwähnten Werten der Wurzeln erhält man die folgenden Beziehungen:

$$p_1^2 + q_1^2 = \frac{\lambda_1 C_1 + \lambda_2 C_2 + R}{2 \lambda_1 C_1 \lambda_2 C_2 \Delta},$$

$$p_2^2 + q_2^2 = \frac{\lambda_1 C_1 + \lambda_2 C_2 - R}{2 \lambda_1 C_1 \lambda_2 C_2 \Delta},$$

$$(p_1^2 + q_1^2)(p_2^2 + q_2^2) = \frac{1}{\lambda_1 C_1 \lambda_2 C_2 \Delta},$$

$$(p_1^2 + q_1^2 - (p_2^2 + q_2^2)) = \frac{R}{\lambda_1 C_1 \lambda_2 C_2 \Delta},$$

$$q_2(p_1^2 + q_1^2) - q_1(p_2^2 + q_2^2) = 0,$$

$$q_1 - q_2 = \frac{R C \varrho}{\lambda_1 C_1 \lambda_2 C_2 \Delta},$$

$$\frac{1}{q_1} - \frac{1}{q_2} = 2 \cdot \frac{\lambda_1 C_1 + \lambda_2 C_2}{C \varrho},$$

$$\frac{p_1^2 + q_1^2}{q_1} = \frac{p_2^2 + q_2^2}{q_2} = \frac{2}{C \varrho}.$$

1) A. Blümcke, Wied. Ann. 58. p. 415. 1896.

Die Integrationsconstanten können somit auf folgende Weise ausgedrückt werden:

$$(60a) \quad \begin{cases} Y_1 = -Y_2 = G[p_1^2 + q_1^2 - (p_2^2 + q_2^2)], \\ X_1 = G \cdot \frac{q_1 - q_2}{p_1} (p_1^2 + q_1^2), \\ X_2 = -G \cdot \frac{q_1 - q_2}{p_2} (p_2^2 + q_2^2), \end{cases}$$

wo mit  $G$  die Grösse

$$G = \frac{2\mu Q'_0(p_1^2 + q_1^2)(p_2^2 + q_2^2)}{[p_1^2 + q_1^2 - (p_2^2 + q_2^2)]^2} = \frac{2\mu Q'_0}{R^2} \lambda_1 C_1 \lambda_2 C_2 \Delta$$

bezeichnet wird.

Ferner ergibt sich:

$$(p_1 - p_2)^2 + (q_1 + q_2)^2 = \frac{\lambda_1 C_1 + \lambda_2 C_2 + \frac{C^2 q^2}{2}}{\lambda_1 C_1 \lambda_2 C_2 \Delta} - \frac{\sqrt{\frac{C^4 q^4}{4} - C^2 q^2 (\lambda_1 C_1 + \lambda_2 C_2) + 4 \lambda_1 C_1 \lambda_2 C_2 \Delta}}{\lambda_1 C_1 \lambda_2 C_2 \Delta},$$

woraus folgt, dass diese Grösse von derselben Ordnung wie  $p_1^2 + p_2^2$  ist. Beim Betrachten der Gleichung (63) finden wir deshalb, dass dieselbe angenähert

$$(63a) \quad J = \int_0^\infty E_2^2 dt = \frac{X_1^2 + Y_1^2}{4 q_1} + \frac{X_2^2 + Y_2^2}{4 q_2}$$

geschrieben werden kann. Beim Einsetzen der Werte von  $X_1$ ,  $Y_1$ ,  $X_2$  und  $Y_2$ , die in den Formeln (60a) gegeben worden sind, erhält man

$$J = \frac{G^2}{4} \left( \frac{1}{q_1} + \frac{1}{q_2} \right) \frac{R^2}{(\lambda_1 C_1 \lambda_2 C_2 \Delta)^2} + G^2 (q_1 - q_2)^2 \left[ \frac{(p_1^2 + q_1^2)^2}{p_1^2 q_1} + \frac{(p_2^2 + q_2^2)^2}{p_2^2 q_2} \right],$$

und diese Gleichung wird mit Hilfe der oben erwähnten Beziehungen zwischen  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $q_1$  und  $q_2$  zu der Form

$$J = \frac{G^2 R^2}{(\lambda_1 C_1 \lambda_2 C_2 \Delta)^2} \left\{ \frac{\lambda_1 C_1 + \lambda_2 C_2}{2 C q} + 2 C q \left( \frac{p_1^2 + q_1^2}{p_1^2} + \frac{p_2^2 + q_2^2}{p_2^2} \right) \right\}$$

reducirt.

Ferner ist

$$\frac{q_1^2}{p_1^2} + \frac{q_2^2}{p_2^2} = \frac{C^2 \varrho^2 \cdot \left[ \lambda_1 C_1 + \lambda_2 C_2 - \frac{C^2 \varrho^2}{2} \right]}{4 \lambda_1 C_1 \lambda_2 C_2 A - C^2 \varrho^2 (\lambda_1 C_1 + \lambda_2 C_2) + \frac{C^4 \varrho^4}{4}},$$

und demgemäss erhält man zuletzt

$$J = \frac{G^2 R^2}{(\lambda_1 C_1 \lambda_2 C_2 A)^2} \cdot \left\{ \frac{\lambda_1 C_1 + \lambda_2 C_2}{2 C \varrho} + 2 C \varrho \cdot \frac{8 \lambda_1 C_1 \lambda_2 C_2 A - C^2 \varrho^2 (\lambda_1 C_1 + \lambda_2 C_2)}{4 \lambda_1 C_1 \lambda_2 C_2 A - C^2 \varrho^2 (\lambda_1 C_1 + \lambda_2 C_2) + \frac{C^4 \varrho^4}{4}} \right\}.$$

Wenn man überdies die Bedeutung der Grösse  $G$  berücksichtigt, so ergibt sich:

$$(64) \quad \left\{ J = \left( \frac{2 \mu Q_0}{R} \right)^2 \cdot \left\{ \frac{\lambda_1 C_1 + \lambda_2 C_2}{2 C \varrho} + 2 C \varrho \cdot \frac{8 \lambda_1 C_1 \lambda_2 C_2 A - C^2 \varrho^2 (\lambda_1 C_1 + \lambda_2 C_2)}{4 \lambda_1 C_1 \lambda_2 C_2 A - C^2 \varrho^2 (\lambda_1 C_1 + \lambda_2 C_2) + \frac{C^4 \varrho^4}{4}} \right\} \right\}.$$

Wir erinnern uns nun der oben der Wurzel  $R$  beigelegten Bedeutung

$$R = \sqrt{(\lambda_1 C_1 - \lambda_2 C_2)^2 + 8 \mu^2 C_1 C_2},$$

und es folgt somit, dass, wenn der Resonanzbedingung  $\lambda_1 C_1 = \lambda_2 C_2$  genügt wird, man für den ersten Factor in (64) den Wert

$$\left( \frac{2 \mu Q_0}{R} \right)^2 = \frac{Q_0^2}{2 C_1 C_2}$$

erhält, und deswegen ist das Integral  $J$  beim Abstimmen auf Resonanz von dem Coefficienten der gegenseitigen Induction unabhängig. Ferner wird in der Gleichung (63) die Beziehung

$$E = K \cdot \sqrt{n J}$$

für den Elektrometerrausschlag angegeben werden, und es folgt mithin, dass beim Erfüllen der Resonanzbedingung die Angabe des Elektrometers von dem Abstände des Resonators zum Oscillator ganz unabhängig ist, nämlich unter der Voraussetzung, dass überdies der Bedingung  $C_1 \varrho_1 = C_2 \varrho_2$  genügt wird.

Aus der Gleichung (64) ergibt sich für die Resonanzcurve die folgende Annäherung:

$$(65) \quad E = 2 K \cdot Q_0 \cdot \sqrt{\frac{\lambda_1 C_1 + \lambda_2 C_2}{2 C \varrho} \cdot \frac{\mu^2}{(\lambda_1 C_1 - \lambda_2 C_2)^2 + 8 \mu^2 C_1 C_2}}.$$

$\mu$  ist im allgemeinen sehr klein gegenüber  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$ , auch bei mässigem Abstände zwischen dem Resonator und dem Oscillator, und eine verhältnismässig kleine Abweichung der Differenz  $L_1 C_1 L_2 C_2$  von Null setzt deswegen den Wert des rechten Gliedes bedeutend herab, und es wird deswegen ganz leicht eingesehen, dass die Gleichung (65) eine steile auf- und absteigende Curve, wie die von Hrn. Bjerknes studirte, darstellt.

Wenn der Coefficient der gegenseitigen Induction sich dem Werte Null nähert, so kann diese Annäherung durch das Entfernen des Resonators gegen einen bis ins Unendliche wachsenden Abstand erreicht werden, und es geht somit hervor, dass die *Inductionswirkungen unter Umständen in einer unendlichen Ferne beobachtet werden können*, wenn nämlich den Bedingungen

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{e_1}{e_2} = \frac{C_2}{C_1} = C_2 \left( \frac{1}{\gamma} + \frac{1}{\gamma_1} \right)$$

genügt wird.

Die von Hrn. Bjerknes aufgezeichneten Resonanzcurven geben wohl ein Abnehmen des Elektrometerauschlages bei wachsendem Abstände an, was die Vermutung veranlasst, dass die oben erwähnte Bedingung  $C_1 e_1 = C_2 e_2$  auch eine notwendige ist, was jedoch aus der obigen Theorie nicht offenbar folgt. Wenn jedoch  $C_1 e_1 \geq C_2 e_2$  ist, so können die Grössen  $p_1$  und  $p_2$  nicht ganz unabhängig von den Widerständen bleiben, und die Wurzel  $R$  muss deswegen noch ein Glied unter dem Wurzelzeichen enthalten, und dieses Glied kommt dann neben der Grösse  $8\mu_2 C_1 C_2$  in Betracht; wenn jene neben diesem klein wird, was dabei in einem mässigen Abstände zutreffen kann, so wird die Fernwirkung vernichtet. Dass jedoch die Fernwirkungen unter Umständen bei sehr bedeutenden Abständen wahrgenommen werden können, ist ja bei den Versuchen mit der Telegraphie ohne Drähte in genügender Weise nachgewiesen worden.

Bezüglich der von den Herren Zehnder und Hagenbach, besonders von Zehnder hervorgehobenen Einseitigkeit dieser Erscheinungen, kann dieser Umstand in einer theoretischen Darstellung wohl auch eingeräumt werden, wenn man die Asymmetrie des Inductors berücksichtigt, aber es dürften

wohl dabei so viele Gegenstände diese Erscheinung beeinflussen, z. B. eine Differenz zwischen der Elektrizitätsmenge, die von dem einen Pole entladen wird, und derjenigen, die der andere empfängt etc., dass diese Ergebnisse eine experimentelle Untersuchung nötig machen.

Einige Schlussbemerkungen über die Resonanz in Telegraphenleitungen mögen wir noch hinzufügen, da diese Erscheinung einen vorzüglichen Beweis für die Anschauung über den Extrastrom beim Unterbrechen eines elektrischen Stromkreises, die wir früher in diesen Annalen veröffentlicht haben, liefert.<sup>1)</sup> In der erwähnten Arbeit habe ich die Ansicht ausgesprochen, dass der Oeffnungstrom in einer Umsetzungen der im Kreise fließenden Elektrizitätsmenge zu Hertz'schen Wellen besteht, wobei jedoch die Wellenbewegung nach einer viertel Schwingungsdauer durch eine Funkenentladung plötzlich abgebrochen wird. Bei Telegraphen- und Fernsprechleitungen, wo die Ströme sehr schwach sind, entsteht im allgemeinen kein Oeffnungsfunke, und die Wellenbewegung muss deswegen ungestört von einer Funkenentladung gedämpft werden. Demzufolge müssen die beim Oeffnen des Stromes einer Telegraphenleitung erzeugten Wellen auch in einer entfernten Telegraphenleitung, die auf Resonanz mit der ersteren abgestimmt worden ist, sich kundgeben können, wenn z. B. in die letztere ein Fernsprecher eingeschaltet worden ist. Solche Beobachtungen sind schon längst an Telegraphenleitungen gemacht worden, deren Abstand bis zu 65 km betrug.<sup>2)</sup> Diese Ergebnisse liefern somit eine experimentelle Bestätigung meiner Theorie des Oeffnungstromes.

1) K. R. Johnson, Ann. d. Phys. 2. p. 179. 1900.

2) Preece, Beibl. 12. p. 72. 1888; Brit. Assoc. Manchester 1887. p. 546.

(Eingegangen 19. Januar 1901.)

6. *Mechanische Schwingungen isolirt gespannter Drähte mit sichtbarer elektrischer Seitenentladung;*  
*von O. Viol.*

(Auszug aus der Rostocker Dissertation.)

I.

Bei einer Untersuchung über elektrische Schwingungen in Drähten, veranlasst durch eine Arbeit des Hrn. W. v. Bezold<sup>1)</sup>, ergab sich eine interessante Erscheinung, die, soweit aus der Literatur zu ersehen war, bis jetzt nicht bekannt ist.

Spannt man nämlich einen Draht an beiden Enden isolirt so ein, dass das eine Ende frei bleibt, das andere dagegen durch eine Funkenstrecke mit der einen Conductorkugel einer Influenzmaschine verbunden wird (der andere Pol der Maschine

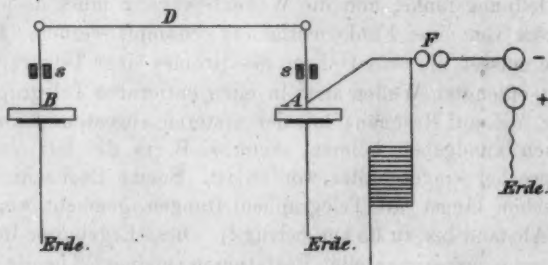


Fig. 1.

ist zur Erde abgeleitet) und lässt eine Entladung durch den Draht gehen, so leuchtet er zwischen den Isolirstellen nicht an seiner ganzen Länge auf, sondern nur in regelmässigen Intervallen, die von dunklen Stellen unterbrochen sind.

Es soll nun im weiteren gezeigt werden, dass man es bei dieser Erscheinung nicht mit elektrischen Wellen, sondern mit mechanischen Schwingungen des Drahtes zu thun hat.

v. Bezold ging bei einem seiner Versuche von der Anordnung, wie sie Fig. 1 zeigt, aus. Von den Conductoren

1) W. v. Bezold, Pogg. Ann. 140. p. 145. 1870.



einer Influenzmaschine war der eine Pol, in den meisten Fällen der positive, zur Erde abgeleitet, während der negative mittels einer Funkenstrecke mit dem zu untersuchenden Draht verbunden war. *A* und *B* sind zwei einseitig belegte Harzkuchen, deren Belegungen zur Erde abgeleitet sind, während stählerne Stricknadeln, bei *s* isolirt eingespannt, als Zuleiter dienten.

Liess man eine Entladung durch das System gehen, so entstanden bei *A* und *B* verschieden grosse Lichtenberg'sche Figuren. Durch Variiren der Drahtlänge *D* brachte v. Bezold die eine Figur zum Verschwinden und glaubte dann einen Knoten der elektrischen Welle erhalten zu haben.

Um den Draht in seiner ganzen Länge untersuchen zu können, wurde er zwischen den Isolirstellen *ss* geradlinig gespannt. Versuche im dunklen zeigten, dass er zwischen *ss* nicht gleichmässig an der ganzen Länge aufleuchtete, sondern unterbrochen von dunklen Stellen.

Da man zuerst glaubte, direct die elektrische Welle zu sehen, so wurde der Versuch gemacht, das Wellenbild durch seine Einwirkung auf die photographische Platte zu fixiren. Man presste sehr empfindliche photographische Platten an den Draht und liess mehrere Entladungen erfolgen. Nach dem Entwickeln der Platten erhielt man aber, wenn die Entladung negativ war, nur einen unregelmässig breiten schwarzen Strich und bei positiver Entladung eine feine Linie mit strahlenförmigen Aesten. Da der Draht nicht gleichmässig an der Platte anlag, so erschien letztere mehr geschwärzt an den Stellen, an denen der Draht dichter anlag, als an den anderen.

Nach Abschluss dieser Untersuchung wurde eine Arbeit des Hrn. Thomas Tommasina<sup>1)</sup> „Ueber einige durch den Erregerdraht, Hertz'scher Wellen erzeugte photochemische Wirkungen“ veröffentlicht. In dieser behandelt Hr. Tommasina ganz ähnliche Erscheinungen und bringt Abbildungen, wie sie auch zu Anfang der vorliegenden Arbeit erzielt wurden. Die Ursachen der so gewonnenen Resultate sind bereits in

---

1) Thomas Tommasina, *Physik. Zeitschr.* 1. p. 435. 1900.

einer kurzen Abhandlung<sup>1)</sup>: „Mechanische Schwingungen elektrisch leuchtender Drähte“ erörtert.

Ehe nun auf weitere Versuche näher eingegangen wird, ist es vielleicht angebracht, eine kurze Beschreibung der verwendeten Apparate zu geben.

Die ersten Versuche wurden mit einer Holtz'schen Elektrisirmaschine von 42 cm Scheibendurchmesser gemacht. Später wurde eine Wimshurst-Influenz-Elektrisirmaschine mit zwei entgegengesetzt rotirenden Hartgummischeiden von 55 cm Durchmesser verwandt. Diese Maschine wurde durch einen Motor angetrieben, um einen gleichmässigen Gang derselben zu erzielen und auch um ohne fremde Hülfe Beobachtungen machen zu können.

Da der Motor seinen Strom nicht von einer Accumulatorbatterie erhielt, sondern von der hiesigen Centrale, deren Spannung sehr oft ganz erheblich schwankte, so machte sich dies durch unruhigen Gang der Maschine bemerkbar, was wiederum die Genauigkeit der Resultate beeinflusste.

Auch die Entladung eines Inductoriums mit Teslaanordnung wurde versucht, ohne jedoch nennenswerte neue Resultate zu geben.

Die zur Benutzung kommende Funkenstrecke war für die v. Bezold'schen Versuche besonders angefertigt. Sie sollte möglichst wenig Metall haben, welches eventuell an dem einen Ende des Drahtes als Capacität hätte dienen können. Aus diesem Grunde waren die Kugeln direct auf Hartgummistäben befestigt, welche durch eine Stellvorrichtung gegeneinander verschoben werden konnten. Zum Einklemmen des Drahtes waren an den Kugeln, welche 25 mm Durchmesser besaßen, kleine Dübel angelötet.

Das Ablesen der Grösse der Funkenstrecke geschah mittelst Fernrohres für kurze Distanz und einem direct an die Kugeln gehaltenen Glasmaassstab mit Millimetertheilung, wie aus Fig. 2 ersichtlich ist.

Wenn auch bei dieser Anordnung durch die convergenten Lichtstrahlen ein Fehler in der Ablesung entsteht, so ist derselbe doch zu vernachlässigen, wenn man berücksichtigt, dass das Fernrohr 50 cm von den Kugeln entfernt ist und die Ent-

1) O. Viol, Physik. Zeitschr. 1. p. 465. 1900.

fernung der letzteren voneinander das Maass von 8 mm nicht überschreitet. Ausserdem springt der Funke ja auch nicht immer genau in der Mittellinie der beiden Kugeln über.

Von Drähten sind solche von verschiedener Dicke und Material zur Untersuchung gekommen. Am besten eignete sich für die vorliegenden Versuche Messingdraht von 0,3 bis 0,5 mm Dicke.

War der Draht dünner wie 0,3 mm, so war die seitliche Entladung so stark, dass eine besondere Erscheinung nicht beobachtet werden konnte. War der Draht dagegen stärker

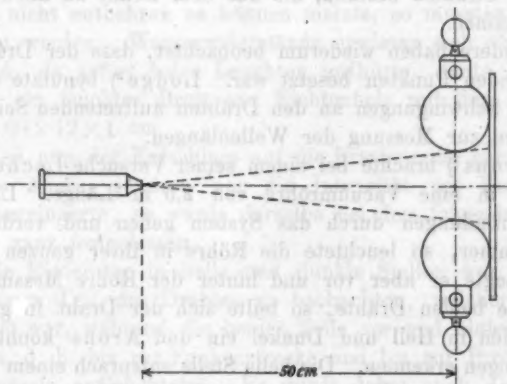


Fig. 2.

als 0,5 mm, so war die Seitenentladung zu schwach. Es kamen daher bei den Versuchen stets Messingdrähte von 0,37 und 0,42 mm Dicke zur Anwendung.

Ausserdem muss noch bemerkt werden, dass zu den vorliegenden Versuchen die Luft sehr trocken sein muss. Die besten Resultate wurden Ende April und Anfang Mai d. J. erzielt, wo die Luft nur 40 Proc. relative Feuchtigkeit besass.

Als Ende Juni einige der Versuche noch einmal wiederholt werden sollten, stiess dies auf grosse Schwierigkeiten und wurde theils unmöglich, da zu dieser Zeit die Luft nach einigen regenreichen Tagen über 70 Proc. relative Feuchtigkeit besass.

## II.

Die Seitenentladung eines Drahtes, welcher von einem Strom von sehr hoher Spannung durchflossen wird, ist schon lange beobachtet worden.

Schon van Marum<sup>1)</sup> bemerkte gegen Ende des vorigen Jahrhunderts, als er auf einen dünnen Draht, der am anderen Ende abgeleitet war, einen Funken von seiner grossen Elektrirmaschine überspringen liess, dass der Draht seiner ganzen Länge nach mit flammendem Licht bedeckt war, welches aus kleinen Strahlen bestand, die aus dem Draht an allen Seiten hervorkamen.

Andere haben wiederum beobachtet, dass der Draht mit leuchtenden Punkten besetzt war. Lodge<sup>2)</sup> benutzte die bei starken Schwingungen an den Drähten auftretenden Seitenentladungen zur Messung der Wellenlängen.

Arons<sup>3)</sup> brachte bei einem seiner Versuche Lecher'sche Drähte in eine Vacuumröhre von 2,5 m Länge. Liess er nun Entladungen durch das System gehen und verdunkelte das Zimmer, so leuchtete die Röhre in ihrer ganzen Länge auf. Legte er aber vor und hinter der Röhre Messingbügel über die beiden Drähte, so teilte sich der Draht in gleichen Abständen in Hell und Dunkel ein und Arons konnte fünf Abteilungen erkennen. Die helle Stelle entsprach einem Bauch, die dunkle einem Knoten der elektrischen Welle.

Tesla<sup>4)</sup> erwähnt eine ähnliche Beobachtung. Ein durch eine mässig evacuirte Röhre gezogener Draht teilte sich beim Anschliessen an den Hochfrequenztransformator in regelmässiger Weise in helle und dunkle Abteilungen.

Coolidge<sup>5)</sup> arbeitete auf diesem Gebiete im Anschluss an Arons weiter. Er benutzte die Lecher'sche Anordnung mit verschiedenen Erregern, und bestimmte nach dieser Methode

1) van Marum, *Gilb. Ann.* 1. p. 110. 1799.

2) O. J. Lodge, *Proc. Roy. Soc. London* 50. p. 2. 1891.

3) L. Arons, *Wied. Ann.* 45. p. 553. 1892.

4) N. Tesla, *Untersuchungen über Mehrphasenströme*, p. 362. Halle 1895.

5) W. D. Coolidge, *Wied. Ann.* 67. p. 578. 1899.

die Wellenlänge der Schwingungen, welche die Erreger ausstrahlten.

Mit Berücksichtigung dieser Arbeit lag bei den Resultaten, wie sie die bisher besprochenen Versuche ergeben hatten, die Vermutung nahe, dass man es auch hier mit elektrischen Wellen zu thun habe.

Zunächst war man bestrebt, das Leuchten des Drahtes deutlicher zu machen. Zu diesem Zweck wurde probeweise der Erdschluss hinter der Funkenstrecke fortgelassen; sofort trat das Leuchten deutlicher auf. Da man aber immer noch in Anlehnung an die v. Bezold'sche Anordnung den Erdschluss nicht entbehren zu können meinte, so mussten andere versucht werden. Wasserwiderstände erwiesen sich als unzureichend, da sofort jedes Leuchten aufhörte. Gute Dienste leistete ein feuchtes Brett aus Fichtenholz mit den Dimensionen  $60 \times 12 \times 1$  cm.

Weil nun der Erdschluss auf die Erscheinung gar keinen Einfluss zeigte, sondern nur die Intensität des Leuchtens etwas verringerte, so wurde derselbe bei den folgenden Versuchen ganz fortgelassen.

Die Einteilung in helle und dunkle Stellen war nur an demjenigen Teil des Drahtes zu beobachten, welcher isolirt gespannt war, während die beiden Teile vor und hinter dieser Strecke, d. h. bis zur Funkenstrecke und bis zur Probeplatte gleichmässig aufleuchteten. Es wurde daher auch die Nadel von der Probeplatte abgehoben, und den nun folgenden Versuchen lag die Anordnung, wie sie Fig. 3 zeigt, zu Grunde.

Von dem einen Conductor führte ein Draht  $z$  zur Funkenstrecke  $F$ ; der andere Conductor war durch Metalleitung zur Erde abgeleitet. Die Funkenstrecke war durch den Draht (mit dem Prüfungsdraht)  $L$  verbunden. Das Spannen und Isoliren des letzteren geschah nach Fig. 3a.

Zwei Hartgummistäbe  $s$  waren auf einem Gestell befestigt. An ihren oberen Enden besaßen sie Löcher, in welche man durch den conischen Stift  $K$  den Draht bequem einklemmen konnte, sodass die Spannung mit der Hand leicht zu reguliren war.

1) Unter Prüfungsdraht sei derjenige Teil verstanden, an welchem die Einteilung in helle und dunkle Stellen untersucht werden soll.

Die Art der Entladung war von wesentlichem Einfluss auf die Erscheinung.

War nämlich der positive Conductor mit der Funkenstrecke verbunden und der negative zur Erde abgeleitet, so zeigte der Prüfungsdraht eine strahlenförmige, nach allen Seiten gleichmässig leuchtende Hülle. Eine Einteilung war nicht zu fixiren, da die hellen Stellen unbeständig sich hin- und herbewegten.

War dagegen der negative Conductor mit der Funkenstrecke verbunden und der positive zur Erde abgeleitet, so

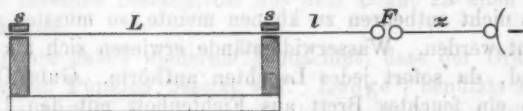


Fig. 3.

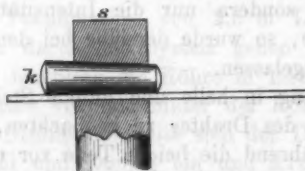


Fig. 3a.

zeigte der Draht ein intensives Glimmen, welches fest stehen blieb, wo es einmal aufgetreten war. War eine Einteilung erfolgt, unter Umständen, welche später noch besprochen werden, so blieb dieselbe unverändert. Aus diesem Grunde ist bei allen Versuchen nur diese letztere Schaltung angewendet.

Zunächst war man bemüht, die Einteilung in helle und dunkle Stellen bei gegebener Funkenstrecke bestimmter zu erreichen. Zu diesem Zweck wurde erst der Draht  $z$  bei jedem Versuch immer um 1 cm kürzer gemacht. Dies führte nicht zum Ziele. Dann veränderte man in derselben Weise den Draht  $l$ , aber mit dem gleichen negativen Resultate.

Es war nicht möglich, bei gegebener Funkenstrecke und Variiren der Drahtlängen eine gleichmässige Einteilung zu erhalten, wie man eigentlich erwarten konnte, wenn man analog



Coolidge elektrische Wellen annahm. In diesem Falle musste man einmal die Drahtlänge treffen, wo die Welle am Ende einen Bauch hatte, um so mehr, als bei einigen Versuchen die Wellenlänge auf 14 cm geschätzt wurde.

Da die Drahtlängen keinen Einfluss zeigten, so wurden  $L$ ,  $l$  und  $z$  aus Gründen der bequemen Handhabung und um den ganzen Draht photographiren zu können, in folgenden Längen angewendet:

$$L = 100 \text{ cm}; l = 30 \text{ cm}; z = 50 \text{ cm}.$$

Bilder, wie sie bis jetzt erzielt wurden, zeigen die Figg. 4 und 5.

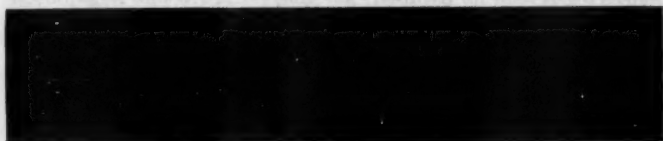


Fig. 4.



Fig. 5.

Interessant und auffallend hierbei sind die leuchtenden Punkte inmitten der leuchtenden Stellen, und zwar erscheint dieser Punkt auf dem Bilde viel mehr in die Breite gezogen, als man ihn in Wirklichkeit sah.

Besser ist dies bei Fig. 5 zu sehen. Es hat den Anschein, als ob der Draht in Schwingung gewesen wäre und der Punkt deshalb so breit erscheint.

Woher diese leuchtenden Punkte kommen, konnte nicht aufgeklärt werden. Die Annahme, dass es Staubeilchen sind, an denen die Elektrizität mehr ausstrahlt, erwies sich später nicht als stichhaltig; denn diese Punkte wanderten immer mit der Welle mit, und man hatte es ganz in der Hand, die Zahl der Punkte zu vermehren oder zu vermindern.

Dass diese auf dem Prüfungsdraht *L* sich zeigenden Wellen keine elektrischen sein konnten, war schon dadurch hinlänglich bewiesen, dass die Erscheinung unabhängig von der Länge der Zuleitungsdrähte war.

Ein zweites Kriterium bestand darin, dass man das freie Ende des Drahtes *L* mit der inneren Belegung einer Leydener Flasche verband, während die äussere zur Erde abgeleitet wurde. Auch dieser Versuch blieb ohne Einfluss auf die Einteilung des Drahtes; nur verzehrte die Leydener Flasche etwas von der Ladung und es leuchtete der Draht schwächer auf.

Es blieb nur übrig, die Wellen als entstanden durch mechanische Schwingungen zu erklären. Diese Ansicht wurde auf Grund folgender Ueberlegung zu erweisen gesucht.

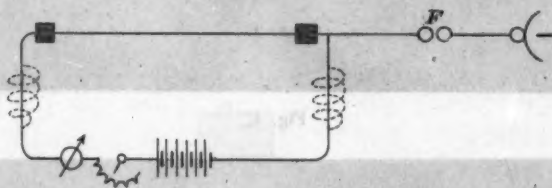


Fig. 6.

Wird ein ausgespannter Platindraht durch einen constanten Strom zum Glühen gebracht und dann in mechanische Schwingungen versetzt, so werden die Stellen, an denen der Draht schwingt, abgekühlt und erscheinen infolge dessen dunkel, während der Draht an den Schwingungsknoten hell aufleuchtet.

Die Schaltung hierzu zeigt Fig. 6.

Der Prüfungsdraht war wie gewöhnlich aufgespannt; ausserhalb der beiden Isolirstellen schloss die Leitung einer Accumulatoren-batterie an. Diese sowohl wie auch die anderen Apparate waren gegen Erdschluss isolirt. Durch allmähliches Ausschalten des Vorschaltewiderstandes wurde der Prüfungsdraht langsam zum Glühen gebracht. Dadurch wird der Draht länger und es muss die eine Isolirstelle zum Verstellen eingerichtet sein, damit der Draht immer die gleiche Spannung behält.

Es wurde Platindraht von 0,2 mm und Messingdraht von 0,37 mm Dicke versucht. Die Befürchtung, dass die bei *F* überspringende Elektrizität fast ganz in der Batterie verzehrt

wird, bestätigte sich. Es wurden deshalb, wie in Fig. 6 punktirt angegeben ist, zwischen Prüfungsdraht und Batterie zwei Widerstände mit grosser Selbstinduction eingeschaltet. Es war nur ein geringer Erfolg zu verzeichnen. Es trat zwar ein anderer Zustand des Drahtes ein, sobald ein Funke bei  $F$  übersprang, indem er nur noch stellenweise glühte, sonst aber dunkel erschien, ohne jedoch eine regelmässige Einteilung wahrnehmen zu lassen. Nur die Grundschiwingung des Drahtes war scharf markirt zu erhalten, an den Enden hell und in der Mitte dunkel.

Diese Methode war äusserst empfindlich gegen Luftströmungen und der Misserfolg lag vielleicht an dem elektrischen Winde, der von der Maschine ausging.

### III.

Die Ansicht, dass die Wellen durch mechanische Schwingungen des Prüfungsdrahtes entstehen, gewann um so mehr an Beweiskraft, als man ein lebhaftes Schwanken des Drahtes  $l$  beobachten konnte, sowie ein Funke bei  $F$  übersprang.

Um zunächst zu prüfen, ob dieses Schwanken durch äussere Einflüsse bedingt ist, z. B. durch Auseinanderfedern der Funkenstrecke, wurde  $l$  zur Spirale gedreht, welche den Stoss auffangen sollte. Die Schwankungen dauerten fort.

Nun wurden, da vielleicht Erschütterungen, verursacht durch die Maschine, sich durch den Tisch fortpflanzen, Maschine, Funkenstrecke und Prüfungsdraht getrennt auf je einen festen Tisch gestellt. Erschütterungen durch den Fussboden waren ausgeschlossen; das Schwanken trat trotzdem auf.

Wurden diese Schwankungen durch die Entladung hervorgerufen, so musste nicht nur der Draht  $l$ , sondern auch  $L$  schwingen. Eine Untersuchung mit dem Mikroskop, bei einer 30fachen Vergrösserung, zeigte auch deutlich ein Schwingen des Prüfungsdrahtes. Zu nahe durfte man das Mikroskop nicht an den Draht bringen, da man sonst Schläge in das Auge bekam, ausserdem wohl auch die Messingarmatur die Güte der Beobachtung beeinträchtigte.

Spannte man den Prüfungsdraht etwas weniger straff, so konnte man das Schwingen desselben auch mit blossem Auge

sehen; deutlicher, wenn man ihn mittels einer Sammellinse auf einen Schirm projecirte.

Dieses Transversalschwingen hat Hr. O. Lehmann schon früher beobachtet.<sup>1)</sup> Er äussert sich darüber: „Wird der eine Conductor einer Influenzmaschine mit einem mehrere Meter langen mit Staniol bekleideten Brett verbunden, der andere mit einem in etwa 15 cm Entfernung parallel gespannten isolirten feinen Draht, so zeigt sich letzterer längs seiner ganzen Oberfläche mit Glimmlicht bedeckt, welches bei positiver Elektrisirung eine völlig zusammenhängende Hülle bildet, im entgegengesetzten Falle sich aus dicht aneinander gereihten Lichtpunkten zusammensetzt. Bringt man nun eine Neben-



Fig. 7.

schliessung an mit einer 2 cm langen Funkenstrecke, so besetzt sich der Draht, wenn er negativ ist, seiner ganzen Länge nach mit langen, zu seiner Axe senkrechten Büschelstrahlen; ist er positiv, so gerät er in sehr lebhaftes Transversalschwingen, wobei die verschiedenen Schwingungszustände durch plötzliches Aufleuchten infolge rasch nacheinander eintretender Glimmentladungen schön zur Anschauung kommen, ähnlich wie wenn man eine weisse Schnur, welche schwingt, mit rasch intermittirendem Licht beleuchtet.“

Die verschiedenen Schwingungszustände versteht Lehmann hierbei, wie Fig. 7 übertrieben veranschaulicht, so, dass der Draht als ganze Saite schwingt, und die Entfernung von der Mittellage bei jeder neuen Entladung eine andere ist.

Mit dem Mikroskop und auch mit dem Auge konnte man keinen ruhenden Knoten sehen, weshalb man zu der Ansicht gezwungen war, dass der Prüfungsdraht nicht nur im Oberton, sondern auch im Grundton schwingen müsse.

1) O. Lehmann, Wied. Ann. 44. p. 643. 1891.

Rühren die leuchtenden Wellen von der mechanischen Schwingung des Drahtes her, so entsprechen die leuchtenden Stellen den Knoten und die dunklen Stellen den Bäuchen. Ein Beweis dafür ist, dass der Draht an beiden eingeklemmten Enden immer hell leuchtete, ganz gleich, wie die Einteilung des Drahtes war.

Bleibt man nicht bei derselben Funkenstrecke, sondern verändert dieselbe, so ändert sich auch die Zahl der hellen



Fig. 8.

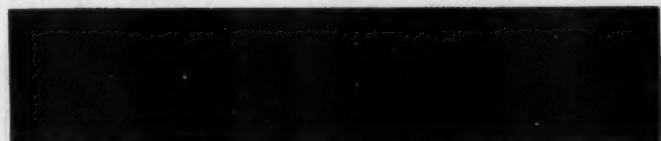


Fig. 9.

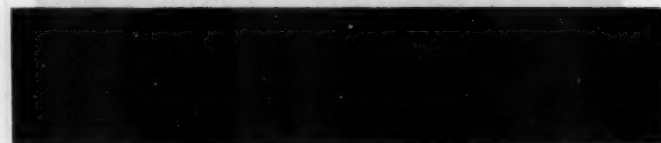


Fig. 10.

und dunklen Stellen, und zwar entsprechen der grossen Funkenstrecke wenige Einteilungen, der kleinen dagegen viele. Berühren sich die beiden Kugeln, so ist der Draht mit leuchtenden Punkten besetzt.

Versuche, die Einteilungen photographisch zu fixiren, ergaben wenig scharfe Bilder, da der zur Verfügung stehende Apparat sehr lichtschwach war und man daher sehr nahe an den Prüfungsdraht herangehen musste, um eine gute Belichtung der Platte zu erzielen. Für diese Aufnahmen wäre ein lichtstarkes Weitwinkelobjectiv erwünscht gewesen.

Zur Veranschaulichung und zum Beweisen der Thatsachen mögen jedoch die folgenden Aufnahmen genügen.

Die Figg. 8 bis 10 zeigen die Grundschiwingung. Es war schwierig, dieselbe während einer kurzen Zeit festzuhalten.



Fig. 11.

Aus diesem Grunde zeigen die Figg. 9 und 10 schon den Anfang des Zerfalles in kleinere Wellen.

Fig. 11 zeigt, wenn auch schwach, drei Bäuche in ziemlich regelmässigen Abständen. Da die photographischen Er-

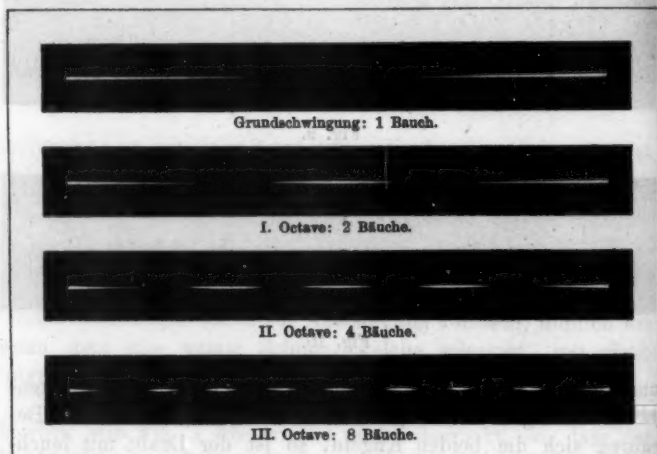


Fig. 12.

folge nicht in recht anschaulicher Weise das wiedergeben, was immer beobachtet wurde, so sei eine zeichnerische Darstellung gestattet, wie sie Fig. 12 bietet.

Es sind hier die Einteilungen wiedergegeben, wie sie am häufigsten erhalten wurden, und zwar konnte man durch Ver-



änderung der Funkenstrecke immer nur Vielfache der vorigen Einteilung erhalten. Entweder erhielt man 1, 2, 4, 8 Bäuche, oder 1, 3, 9 oder auch 1, 3, 6, 12 Bäuche, je nachdem sich der Draht in Schwingung befand oder am Anfang versetzt war.

Die Grösse der Funkenstrecke ergab nicht unbedingt die Anzahl der Bäuche; man konnte bei derselben Funkenstrecke einmal drei, ein anderes Mal vier Bäuche erhalten.

Befand sich aber der Draht in Schwingung, so konnte man nicht von drei zu vier Bäuchen übergehen, sondern musste erst auf die Grundschwingung zurückkehren und versuchen, den Draht mit einem dünnen Glasstab an einem Knoten festzuhalten und so bei gleichzeitiger Aenderung der Funkenstrecke die neue Schwingung zu erzwingen.



Fig. 13.

Einen Versuch, die mechanische Schwingung des Drahtes photographisch nachzuweisen, zeigt Fig. 13.

Der Draht ist vor einem weissen Schirm aufgestellt und dieser von vorn grell beleuchtet. Der Draht muss dann an den schwingenden Stellen unscharf werden, wie man auch auf dem Bilde sehen kann.

Man ging nun daran, die Bedingungen und Ursachen der Einteilung in helle und dunkle Stellen zu untersuchen.

Zuerst war die Frage zu beantworten, ob die Spannung der Saite einen Einfluss hatte.

Der Prüfungsdraht wurde daher so angeordnet, dass er ähnlich wie eine Geigensaite gespannt werden konnte. Die Funkenstrecke war vorher so gestellt, dass sie die Grundschwingung des Drahtes gab. Trotzdem die Spannung bis zum Zerreißen gesteigert wurde, konnte kein Zerfall in kleinere Wellen erzielt werden. Der Draht durfte nur nicht schlaff hängen, sonst war die Spannung beliebig, um eine Einteilung zu erhalten.

Um zu sehen, ob die Grösse der Kugeln von Einfluss ist, wandte man die Schaltung in Fig. 14 an.

Von dem negativen Conductor gingen zwei Drähte zu zwei Funkenstrecken, von denen  $F_1$  Kugeln von 25 mm, und  $F_2$  solche von 85 mm Durchmesser hatte. An diese schloss sich je ein Prüfungsdraht an. Sämtliche Drähte der beiden Seiten waren gleich lang.

Angenommen wurde, dass den grösseren Kugeln auch die grösseren Wellen entsprechen würden. Gerade das Umgekehrte traf ein. Bei  $F_1$  und  $F_2$  mussten gleiche Potentiale herrschen. Waren beide Funkenstrecken nicht gleich gross, so konnten

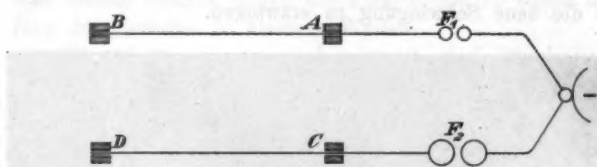


Fig. 14.

die Funken nur auf der kleineren von ihnen überspringen; ein gleichzeitiges Ueberspringen bei beiden bedingte auch deren gleiche Grösse.

Nun zeigte der Draht  $CD$  die kleinere Welleneinteilung. Diese Erscheinung ist vielleicht damit zu erklären, dass bei  $F_2$  grössere Elektrizitätsmengen überspringen als bei  $F_1$ , der Draht  $CD$  daher in lebhaftere Schwingungen gerät als  $AB$ .

Eine Gesetzmässigkeit hierüber konnte nicht aufgestellt werden, da nicht die nötige Auswahl der Kugeln zur Verfügung stand. Hat man es hier mit mechanischen Schwingungen zu thun, so müssen sich bei zwei verschiedenen langen Prüfungsdrähten, aber bei derselben Funkenstrecke, die Anzahl der Einteilungen verhalten wie ihre Längen. Zu diesem Zweck wurde das nächstliegende und bequeme Verhältnis 2:1 genommen, wie Fig. 15 zeigt.

Die Drähte waren hintereinander geschaltet und durch den Zwischendraht  $BC$  miteinander verbunden. Man erhielt jedoch auch dasselbe Resultat, wenn  $CD$  direct bei  $B$  anschloss.  $AB$  war 100 cm lang,  $CD$  50 cm.

Die Voraussetzung bestätigte sich. Zeigten sich bei einer bestimmten Funkenstrecke  $F$  auf dem Draht  $AB$  z. B. vier Bäuche, so waren auf  $CD$  nur zwei sichtbar. Zeigte hingegen  $AB$  sechs dunkle Bäuche, so waren auf  $CD$  drei. Immer war das Verhältnis das ihrer Längen. Natürlich kann man hier nur gerade Vielfache einer Wellenlänge anwenden.

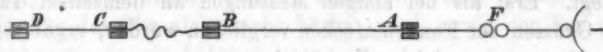


Fig. 15.

Zwei Versuche sind noch zu erwähnen, welche bezweckten, das Leuchten des Drahtes intensiver zu machen.

Einmal wurde der Prüfungsdraht in eine Vacuumröhre eingezogen. Hierbei leuchtete die ganze Röhre auf und war eine Einteilung nicht zu erkennen.

Dann verwandte man ein Inductorium mit Teslaanordnung wie in Fig. 16.

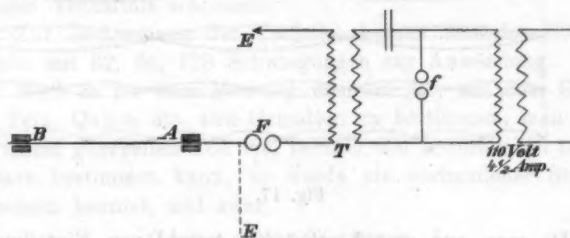


Fig. 16.

Diese Anordnung ergab nicht bessere Resultate als die Elektrisirmaschine. Der Prüfungsdraht war durch die Funkenstrecke  $F$  mit dem einen Ende der secundären Spule des Oeltransformators verbunden, während das andere zur Erde abgeleitet war.  $f$  war eine regulirbare Zinkfunkenstrecke.

Wollte man eine Einteilung auf dem Prüfungsdraht erhalten, so musste man beide Funkenstrecken zugleich verstellen. Machte man z. B. nur  $F$  kleiner, während  $f$  blieb, so leuchtete der Draht an seiner ganzen Länge auf. Erst wenn auch  $f$  verkleinert wurde, trat auf  $AB$  wieder eine Einteilung auf.

Die photographischen Aufnahmen sind jedoch bei Verwendung der Elektrisirmaschine gemacht worden.

## IV.

Wie bereits gesagt wurde, konnte man an verschiedenen Tagen bei derselben Funkenstrecke eine verschiedene Anzahl leuchtender Wellen erhalten. Aus diesem Grunde wurde zuerst dem Ablesen der Funkenstrecke keine Bedeutung beigelegt. Erst als bei einigen Messungen an demselben Tage die Grössen der Funkenstrecken verglichen wurden, ergab sich, dass immer das gleiche Verhältnis auftrat.

Weil die Schwingungen denen einer Saite entsprechen, man auch hier von Grund- und Oberschwingungen spricht, so lag die Frage nahe, ob man in dem Längenverhältnis der Funkenstrecken das Tonverhältnis wiederfindet.

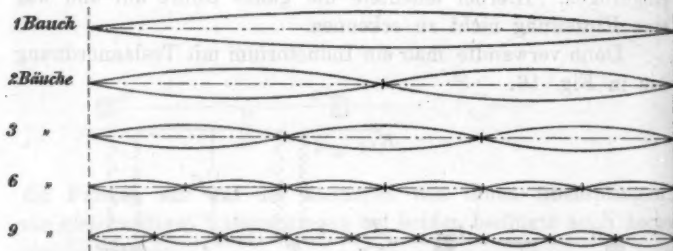


Fig. 17.

Da man nur eine beschränkte Anzahl von Einteilungen erzielte, so konnten nur wenige Zahlen in Betracht kommen. Fast immer war die Anzahl der Wellen das Doppelte der vorherigen Einteilung, d. h. die Octave, und somit muss das Verhältnis 2:1 meistens bestehen. Es sei hier gestattet, eine kurze Uebersicht der Schwingungen zu geben, soweit sie hier in Betracht kommen.

Schwingt der Draht im Grundton, so entsteht ein Bauch. Zwei Bäuche bedeuten die erste Octave des Grundtones. Das Schwingungsverhältnis ist 2:1.

Drei Bäuche bedeuten die erste Quinte der ersten Octave, das Schwingungsverhältnis ist 3:2.

Sechs Bäuche bedeuten die erste Octave der ersten Quinte, und neun Bäuche die Quinte von der Octave der ersten Quinte.

Schwingt der Draht mechanisch, so muss er auch einen Ton erzeugen. Bei grossen Funkenstrecken kann man zwei Töne hören. Der eine ändert sich sowohl mit dem Laufe der Maschine als auch mit der Grösse der Funkenstrecke. Dies ist der Ton der letzteren, welcher sich in dem Draht fortpflanzt. Ausser diesem kräftigen Ton ist noch ein zweiter tiefer, aber schwacher Ton zu hören, der bald verschwindet oder für das Ohr nicht mehr hörbar wird, sowie der Ton der Funkenstrecke ein höherer ist.

Es lag nun nahe, nach einem Verhältnis zwischen der Zahl der Wellen, der Tonhöhe und der Grösse der Funkenstrecke zu suchen.

Die Untersuchung wurde in zwei Abteilungen geführt, und zwar wurde erst die Abhängigkeit der Tonhöhe von der Funkenstrecke und dann diejenige der Zahl der Wellen von der Funkenstrecke bestimmt. Ist dann die Abhängigkeit von der Funkenstrecke die gleiche, so konnte man ohne weiteres auf ihr gegenseitiges Verhältnis schliessen.

Zur Bestimmung der Tonhöhe kamen zunächst Stimmgabeln mit 32, 64, 128 Schwingungen zur Anwendung.

Weil es für eine Messung unsicher ist, mit dem Gehör die Terz, Quinte etc. zum Grundton zu bestimmen, man aber zu einem gegebenen Ton viel leichter die höhere oder tiefere Octave bestimmen kann, so wurde ein vorhandener Stimmgabelsatz benutzt, und zwar

$C$	mit $n = 256$	Grundton = I
$E'$	„ $n = 320$	Terz = III
$G'$	„ $n = 384$	Quinte = V
$C''$	„ $n = 512$	Octave = II

Im Folgenden wird nur vom Grundton, Terz etc. die Rede sein, bezeichnet mit I, III etc., nicht aber von den Schwingungszahlen.

Der Gang der Maschine wurde möglichst constant gehalten und die Messungen rasch hintereinander ausgeführt.

Die Funkenstrecke wurde nun so lange verstellt, bis der Ton des Prüfungsdrahtes dem jeweiligen der Stimmgabel entsprach. Dann wurde, wie beschrieben, die Grösse der Funkenstrecke abgelesen. Waren alle möglichen Einteilungen bestimmt, so wurde die Messung wieder rückwärts ausgeführt.

Da die Messungen an verschiedenen Tagen gemacht wurden, so entsprachen dem Ton einer Stimmgabel auch verschiedene Funkenstrecken. Dadurch war es möglich, mit den verwendeten Stimmgabeln Funkenstrecken bis 8 mm zu untersuchen.

Bei den nun folgenden Messungen bezeichnet  $F$  immer die Grösse der Funkenstrecke in mm.

## Messung I.

	$F$	$n$
I	4,2	32
II	2,3	64
III	1,2	128

Das Tonverhältnis ist hier 2:1. Vergleicht man die Funkenstrecke, so ist

$$4,2:2,3 = 2:1,09$$

$$2,3:1,2 = 2:1,04$$

Auf grössere Genauigkeit wird man auch bei den folgenden Messungen keinen Anspruch machen können, da das Gehör kein absolut sicheres Bestimmen ermöglicht.

## Messung II.

	$F$
I	5,0
III	4,2
V	3,4
II	2,8

Hierbei muss man die Verhältniszahlen des Accordes  $1:\frac{5}{4}:\frac{3}{2}:2$  erhalten.

Der Grundton wird immer als 1 gesetzt. Man erhält

$$5,0:4,2 = 5:4,2 \sim 5:4$$

$$5,0:3,4 = 3:2,04 \sim 3:2$$

$$5,0:2,8 = 2:1,16 \sim 2:1$$

Dieselben Betrachtungen wiederholen sich bei den folgenden Messungen.



Messung III.

	F			F <sub>m</sub>
I	3,9	4,0	4,0	3,96
III	2,5	3,0	3,0	2,84
V	2,1	2,3	2,5	2,30
II	1,9	1,9	2	1,93

F<sub>m</sub> bedeutet das Mittel aus den drei Messungen.

$$3,96 : 2,84 = 5 : 3,6 \sim 5 : 4$$

$$3,96 : 2,30 = 8 : 1,75 \sim 3 : 2$$

$$3,96 : 1,93 = 2 : 0,975 \sim 2 : 1$$

Messung IV.

	F			F <sub>m</sub>
I	6,3	6,3	6,1	6,22
III	5,5	5,1	5,5	5,35
V	4,1	3,8	3,8	3,90
II	3,1	3,0	3,0	3,03

$$6,22 : 5,35 = 5 : 4,3 \sim 5 : 4$$

$$6,22 : 3,9 = 8 : 1,89 \sim 3 : 2$$

$$6,22 : 3,03 = 2 : 0,975 \sim 2 : 1$$

Messung V.

	F		F <sub>m</sub>
I	8	7,9	7,95
III	6,2	6,0	6,10
V	5,0	4,8	4,90
II	4,0	4,1	4,05

$$7,95 : 6,1 = 5 : 3,85 \sim 5 : 4$$

$$7,95 : 4,9 = 8 : 1,85 \sim 3 : 2$$

$$7,95 : 4,05 = 2 : 1,04 \sim 2 : 1$$

Aus diesen fünf Messungen lässt sich ohne Schwierigkeit das Gesetz ableiten, dass die Tonhöhe der Grösse der Funkenstrecke umgekehrt proportional ist.

Es bleibt nun noch der zweite Teil der Messung zu bestimmen, eine Uebereinstimmung zwischen der Grösse der Funkenstrecke und der Wellenzahl zu finden.

Die jetzt angegebenen Zahlen sind gleich die Mittelwerte aus mehreren Messungen.

Es wurde gefunden bei

Messung I.

<i>F</i>	<i>N</i>
4,10	4
2,05	8

Es bedeute *N* die Anzahl der Bäuche. Dann verhält sich

$$4,10:2,05 = 2:1 = 8:4$$

Acht Bäuche entsprechen der Octave der Schwingung mit vier Bäuchen. Mithin verhalten sich hier die Funkenstrecken umgekehrt wie die Anzahl der Bäuche.

Messung II.

<i>F</i>	<i>N</i>
8	2
4	4

$$8:4 = 2:1 = 4:2$$

Messung III.

<i>F</i>	<i>N</i>
4,2	4
2,2	8
1,2	16

Hier sind zwei Octaven bestimmt; man muss also das Verhältnis 2:1 erhalten.

$$4,2:2,2 = 2:1,05 \sim 2:1 = 8:4$$

$$2,2:1,2 = 2:1,09 \sim 2:1 = 16:8$$

Messung IV.

<i>F</i>	<i>N</i>
3,35	6
2,50	8
1,20	16

Nach Schlussfolgerungen aus den oberen Messungen würde vier Bäuchen eine Funkenstrecke von 5 mm entsprechen. Eine Schwingung mit sechs Bäuchen ist die Quinte derjenigen mit vier Bäuchen, ihr Verhältnis also 3:2. Nun ist

$$5:3,35 = 3:2,01 \sim 3:2$$

$$2,50:1,20 = 2:0,96 \sim 2:1$$

Eine ähnliche Messung ist die folgende:

Messung V.	
<i>F</i>	<i>N</i>
4,43	6
6,20	8

Eine Schwingung von vier Bäuchen ist die tiefere Octave derjenigen mit acht Bäuchen, sie würde eine Funkenstrecke von 3,1 mm bedingen.

Nun entsprechen sechs Bäuche der Quinte von vier Bäuchen, ihr Verhältnis ist also 3:2. Mithin

$$4,43:3,1 = 3:2,1 \sim 3:2.$$

Diese Messungen sind an verschiedenen Tagen, unabhängig voneinander, gemacht worden. Auch hier findet sich das Gesetz bestätigt, dass die Zahl der auf dem Prüfungsdraht entstehenden Wellen im umgekehrten Verhältnis zur Grösse der Funkenstrecke steht.

Im Anschluss hieran erschien es interessant zu untersuchen, ob die Tonhöhe abhängig ist von der Anzahl der überspringenden Funken, und welche Gesetzmässigkeit hier herrscht.

Dass die Anzahl der Funken die Höhe des Tones bedingt, beweist sofort ein verschieden schneller Gang der Maschine. Es ist klar, dass bei einem schnelleren Lauf der Influenzmaschine mehr Funken überspringen müssen als bei einem langsamen. Hält man jedoch den Gang derselben constant, so leuchtet nicht von vornherein ein, wie die Funkenzahl bei wachsender Funkenstrecke abnimmt.

Angaben hierüber sind in der Literatur nicht zu finden gewesen.

Dagegen sind Messungen von Potentialen an Funkenstrecken in grosser Zahl gemacht worden. Lane, Harris, Riess fanden, dass die Schlagweite bei gleichem Zustande der Luft dem Potentialwert der Belegung proportional ist. Neuere Untersuchungen haben diese Gesetzmässigkeit nicht ergeben.

Indem man nun durch gleichmässigen Gang der Maschine das Potential constant hielt, wurde versucht, das Gesetz des

Zusammenhanges von Funkenzahl und Schlagweite mit Hilfe einer photographischen Methode zu prüfen.

Man liess nämlich die Funkenstrecke vor dem Objectiv einer Camera vorbeischieben. Um immer die gleiche Geschwindigkeit zu haben, befestigte man die Funkenstrecke an einem Sekundenpendel, wie Fig. 18 schematisch zeigt, und zog dasselbe immer um das gleiche Stück  $a$  aus der Gleichgewichtslage, welches durch den feststehenden Anschlag  $f$  markirt war.

Es war

$$l = 100 \text{ cm}, \quad a = 12 \text{ cm}.$$

Hieraus berechnet sich

$$h = l - \sqrt{l^2 - a^2} = 100 - 99,277, \\ h = 0,723 \text{ cm}.$$

Die Geschwindigkeit beim Durchgang durch die Gleichgewichtslage ist

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 981,4 \cdot 0,723}, \\ v = 37,67 \text{ cm}.$$

Die Schwingungsdauer wurde bestimmt mit

$$t = 0,9545''$$

Der Apparat gab die Funkenstrecke in Naturgrösse wieder. Die Geschwindigkeit der Influenzmaschine wurde nach dem Takte eines Metronom mit der Hand constant gehalten. Es wurden mehrere Versuchsreihen mit den Strecken  $F = 1, 2, 4, 6 \text{ mm}$  angestellt. Die Conductoren der Maschine waren mit den Kugeln der Funkenstrecke direct verbunden.

Leider fielen diese Versuche in eine Zeit, wo fast täglich reichliche Niederschläge stattfanden, und die Feuchtigkeit der Luft eine sehr grosse war. Es war deshalb unmöglich, ein Ueberspringen der Funken bei  $F = 8 \text{ mm}$  zu erhalten, während dies früher bei  $F = 25 \text{ mm}$  noch erreicht wurde. Aus diesem Grunde wird das Resultat viel zu ungünstig sein. Es werden bei trockener Jahreszeit genauere Resultate zu erzielen sein.

Die so gewonnenen Ergebnisse zeigen die Figg. 19 a—d.

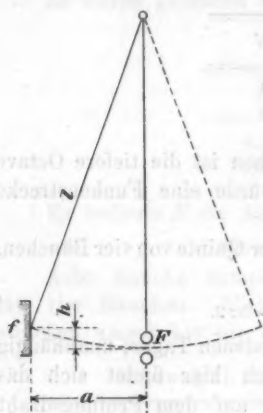


Fig. 18.



Fig. 19a.  $F = 1$  mm.



Fig. 19b.  $F = 2$  mm.

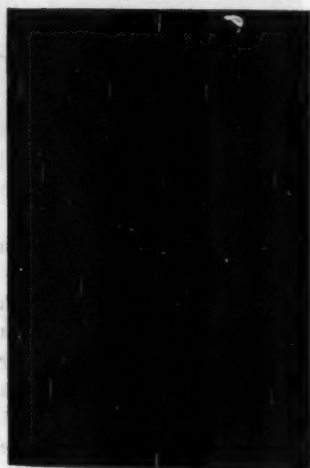


Fig. 19c.  $F = 4$  mm.



Fig. 19d.  $F = 6$  mm.

Mehrere Aufnahmen auf einer Platte wurden durch Verschieben des Objectivbrettes erhalten. Die Ruhelage des Pendels wurde oben und unten markirt, und diese Marken auf dem Negativ durch eine Mittellinie verbunden.

Nimmt man die Geschwindigkeit des Pendels in der Nähe der Ruhelage als gleichmässig an, so kann aus den vier Werten bei jeder Aufnahme im Mittel berechnet werden, auf wieviel Centimeter ein Entladungsfunke fällt.

Man findet:

bei $F = 1$ mm	entfällt 1 Funke auf 0,86 cm
" $F = 2$ "	" " 1 " " 1,50 "
" $F = 4$ "	" " 1 " " 2,62 "
" $F = 6$ "	" " 1 " " 3,43 "

Nimmt also die Zahl der Funken umgekehrt mit der Grösse der Funkenstrecke ab, so müssen sich diese Zahlen rechts wie die Funkenstrecken verhalten.

Betrachtet man trotz der wenig lebhaften Funkenbildung  $F = 6$  mm als normal, entfällt also hier ein Funke auf 3,43 cm, so muss nach der Annahme bei  $F = 4$  mm ein Funke auf

$$\frac{4}{6} \cdot 3,43 = 2,3 \text{ cm}$$

entfallen.

In Wirklichkeit entfällt er auf 2,62 cm; man gewinnt also nur

$$\frac{2,3}{2,62} \cdot 100 = 88 \text{ Proc.}$$

und verliert 12 Proc. der Funken.

Nimmt man nun die Funkenzahl bei  $F = 4$  mm als normal an, so rechnet man ganz analog für  $F = 2$  mm einen Verlust von 11,8 Proc. aus und endlich für  $F = 1$  mm 12,8 Proc.

Man erhält so im Durchschnitt eine Genauigkeit von 80 Proc., was nicht überraschend kam.

Bei dem zweiten Teil dieser Aufgabe bediente man sich der gleichen Anordnung, nur wurde, wie bei den früheren Versuchen, der positive Conductor zur Erde abgeleitet, der negative mit der Funkenstrecke verbunden, an deren anderen Kugel der Prüfungsdraht angehängt wurde.

Da hier ohne Rückleitung gearbeitet wurde, so sind die Funkenbilder bedeutend schwächer. Es wurden zwei Versuche an verschiedenen Tagen angestellt mit den Stimmgabeln  $n = 64$  und  $n = 128$ .



Die Funkenstrecke wurde so lange verstellt, bis der Ton des Prüfungsdrahtes mit dem der Stimmgabel übereinstimmte. Dann liess man die Funkenstrecke vor der Camera vorbeispringen.

Tiefe Töne zu bestimmen war schwierig, da das Ohr zu unzuverlässig war. Bei hohen Tönen wird die Funkenstrecke so klein, dass der Funke auf die photographische Platte nicht mehr wirken kann.

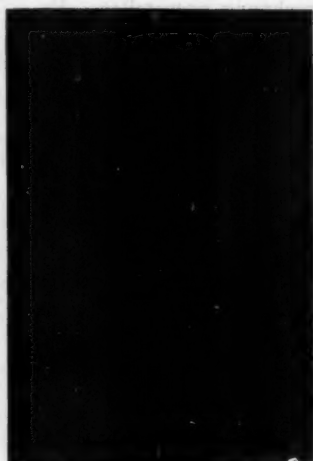


Fig. 20.



Fig. 21.

Eine andere Fehlerquelle war noch dadurch vorhanden, dass der Gang der Maschine mit der Hand constant gehalten werden musste.

Die Aufnahmen sind in den Figg. 20 u. 21 wiedergegeben. Der kleineren Funkenstrecke entspricht die grössere Schwingungszahl des höheren Tones und umgekehrt.

Bei Fig. 20 lässt sich leicht aus den oberen zwei Aufnahmen bestimmen, dass auf

1 cm entfallen 3 Funken

und da die Geschwindigkeit  $v = 37,67$  cm ist, so entfallen auf die Secunde

$$3 : 37,67 = 113,01 \text{ Funken.}$$

Die Stimmgabel machte 128 Schwingungen in der Secunde. Man erreichte also eine Genauigkeit von 88,3 Proc.

Analog bei den unteren zwei Aufnahmen entfallen

auf 1 cm 1,32 Funken,

„ 37,67 cm 49,72 Funken.

Da die Stimmgabel 64 Schwingungen machte, bedeutet dies eine Genauigkeit von 77,5 Proc.

Bei Fig. 21 ist dieselbe Berechnung anzustellen. Es ergaben sich 119,19 bez. 45,23 Funken, was einer Genauigkeit von 93,1 Proc. bez. 70,7 Proc. gleichkommt.

Auch hier würde man bei trockenem Wetter bessere Resultate erzielen können.

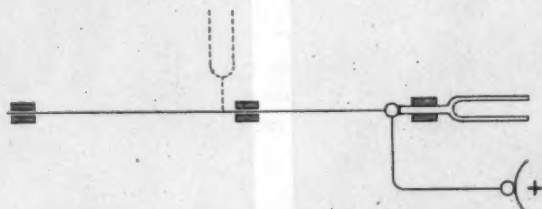


Fig. 22.

Hierdurch ist mit einiger Genauigkeit der Beweis erbracht, dass der Ton einer Funkenstrecke der Zahl der überspringenden Funken entspricht.

Betrachtet man die bisherigen Ergebnisse, so könnte man leicht den Schluss ziehen, dass bei gleichbleibender Funkenstrecke und doppelter Tourenzahl der Maschine der Ton doppelt so hoch wird und auch der Prüfungsdraht die doppelte Welleneinteilung zeigen müsste. Diese konnte jedoch nicht nachgewiesen werden.

Auch misslang ein Versuch, die Einteilung des Prüfungsdrahtes durch mechanische Erschütterungen mittels einer Stimmgabel zu erhalten.

Die Anordnung zeigt Fig. 22. Die eine Kugel der Funkenstrecke wurde mit dem Prüfungsdraht und dem positiven Conductor der Maschine verbunden. Mit dem letzteren deshalb, um ein gleichmässiges Leuchten zu erreichen; da durch Ver-

bindung mit dem negativen Conductor der Draht sich nur mit leuchtenden Punkten besetzte. An die Kugel wurde nun eine in Schwingung versetzte Stimmgabel gehalten und sollte so der Draht eine Welleneinteilung zeigen durch die Stösse, die sich in ihm fortpflanzen.

Das Experiment gelang nicht, ebensowenig, wenn man die Stimmgabel seitlich, wie punktirt, an den Draht hielt.

Zieht man die gefundenen Resultate zusammen, so kann man folgende Sätze aufstellen:

1. Lässt man an einem Ende eines isolirt ausgespannten Drahtes Elektrizität von hoher Spannung überspringen, so gerät der Draht in Transversalschwingungen.

2. Ist diese Elektrizität negativ und die Spannung so hoch, dass sichtbare Seitenentladungen längs des Drahtes stattfinden, so wird diese an den Stellen, an denen sich der Draht in Schwingung befindet, für das Auge unsichtbar und bleibt nur an den Schwingungsknoten sichtbar. Man erhält so das Bild einer leuchtenden Welle.

3. Durch Veränderung der Funkenstrecke kann man die Zahl dieser Wellen vergrössern und verkleinern. Die Anzahl der Schwingungsbäuche ist umgekehrt proportional der Grösse der Funkenstrecke.

4. Die Höhe des Tones, der längs des gespannten Drahtes hörbar ist, ist umgekehrt proportional der Grösse der Funkenstrecke und seine Schwingungszahl entspricht der Anzahl der überspringenden Funken.

Zum Schlusse sei es mir gestattet, meinen hochverehrten Lehrern, Hrn. Professor Dr. Wachsmuth für die Anregung zu dieser Arbeit, und dem Director des Physikalischen Instituts, Hrn. Professor Dr. phil. et med. L. Matthiessen, für die Bereitwilligkeit, mit der er mir die erforderlichen Apparate zur Verfügung stellte, meinen ergebensten Dank auszusprechen.

(Eingegangen 8. Januar 1901.)

## 7. Beiträge zur Kenntnis der Cohärerwirkung; von K. E. Guthe.

Die sogenannte Cohärerwirkung hat zur Aufstellung einer Anzahl von Theorien geführt, die so verschieden voneinander sind, dass es geboten scheint, durch zweckmässige Experimentaluntersuchungen teils die aufgestellten Hypothesen zu prüfen, teils unsere Kenntnis dieser noch so wenig verstandenen Erscheinungen zu erweitern. Dies ist der Zweck der vorliegenden Untersuchungen, die sich naturgemäss in die folgenden Capitel einteilen lassen:

1. Die negative Cohärerwirkung und Kritik der Bose'schen Theorie.
2. Studium der kritischen Potentialdifferenz für Cohärer aus verschiedenen Metallen.
3. Messung des Cohärerwiderstandes mit Wechselstrom.
4. Einfluss einer Erwärmung der Contactstelle auf den Cohärer und Discussion der dabei auftretenden Erscheinungen.

### 1. Experimente über die negative Cohärerwirkung.

Mit dem Namen „negative Cohärerwirkung“ bezeichne ich die schon häufig beobachtete, scheinbar ganz anormale Widerstandsvergrösserung, welche zuweilen anstatt der gewöhnlich zu beobachtenden Verringerung des Widerstandes bei den Cohärern auftritt. Diese Erscheinung hat Bose<sup>1)</sup> in neuerer Zeit zur Aufstellung einer Theorie geführt, nach welcher die negative Cohärerwirkung für gewisse Substanzen, bei denen er sie besonders häufig fand, die normale sein soll. Er nimmt an, dass jedes Metall in zwei Modificationen existire, eine *A*-Modification, welche einen hohen elektrischen Widerstand habe, und eine *B*-Modification mit niedrigem Widerstand. Er meint, dass der Unterschied zwischen den beiden Zuständen hauptsächlich auf einer Verschiedenheit der Molecüllagerung

1) J. Ch. Bose, Proc. Roy. Soc. 66. p. 450. 1900; Rapports Congr. Intern. Paris 3. p. 561. 1900.

beruhe. Bei manchen Metallen, die er positive nennt, z. B. bei Eisen, sei die *A*-Modification die normale, bei anderen, z. B. bei Kalium, die *B*-Modification.

Trifft nun eine elektrische Welle auf den Cohärer, so tritt nach Bose eine Umwandlung der normalen in die andere Modification ein, doch erstreckt sich diese nur auf die Oberflächenschichten, während die tiefer liegenden im normalen Zustande bleiben. Darum wendet er die Cohärersubstanz möglichst in gepulverter Form an, um dadurch eine grosse Oberfläche zu erzielen und die Empfindlichkeit zu steigern.

Gegen Bose's Auffassung sprechen jedoch die Versuche von Branly<sup>1)</sup>, Guthe und Trowbridge<sup>2)</sup>, bei denen Metallplatten oder Kugeln als Cohäroelektroden benutzt wurden, die stets eine sehr grosse Empfindlichkeit zeigten.

Bose fand ferner bei der Anwendung eines mit gepulverter Substanz gefüllten Cohärers, dass der Widerstand bei Wiederholung des elektrischen Einflusses in unregelmässiger Weise hin und herschwankte, in „Oscillationen“ geriet, die er auf plötzliche Auslösung der entstandenen Spannungen zwischen den äusseren und inneren Schichten der Metallstückchen zurückführt. Dieses Auftreten von Oscillationen hält Bose für eine Bestätigung seiner Theorie.

Beobachtungen über die Abhängigkeit des Cohärerwiderstandes von der Funkenzahl sind aber auch von Mizuno<sup>3)</sup> angestellt worden. Die Curven, die er erhielt, gleichen ganz und gar dem Typus der Bose'schen Curven für positive Metalle. In einem Falle jedoch hat er einen Bleicohärer mit nur einem, bez. zwei Contacten angewandt. Im ersteren Falle war nichts von einer Oscillation zu bemerken, sondern der Widerstand fiel schon nach zwei Funken auf ein constantes Minimum; bei zwei Contacten fällt der Widerstand nach einem einmaligen Hinaufgehen ebenfalls auf einen constanten Minimalwert. Auch Mizuno's Resultate mit dem nach Bose am meisten negativen Kalium widersprechen der Theorie des letzteren vollständig.

1) E. Branly, *Compt. rend.* 127. p. 219. 1898; 128. p. 1089. 1899.

2) K. E. Guthe u. A. Trowbridge, *Phys. Rev.* 11. p. 22. 1900; vgl. auch A. Trowbridge, *Am. Journ. Science* September 1899.

3) T. Mizuno, *Phil. Mag.* 50. p. 445. 1900.

da auch mit diesem Metall die positive Cohärerwirkung die normale war.

Die Vermutung liegt also nahe, dass die negative Cohärerwirkung und das Auftreten der „Oscillationen“ nur durch den complexen Charakter des Cohärers hervorgerufen werden und dass bei Anwendung möglichst einfacher Cohärer diese Erscheinungen, wenn sie überhaupt eintreten, als „störende“ Einflüsse nachgewiesen werden können.

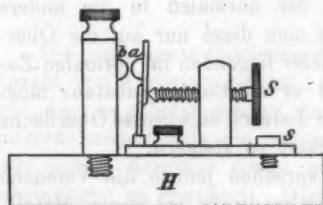


Fig. 1.

angegebene Form. Der Contact wurde zwischen zwei Metallcalotten hergestellt, die mit einem stählernen Stempel aus einem Blech des betreffenden Metalles ausgestanzt waren. Ihr Durchmesser betrug einen Centimeter. Die eine Calotte (*b*) wurde an einen dicken Messingcylinder gelötet, der oben eine Klemmschraube trug und in die Holzplatte *H*, die als Basis des ganzen Instrumentes diente, fest eingeschraubt war. Auf der Holzplatte bewegte sich eine Messingplatte, die durch zwei Klemmschrauben (*s*) in beliebiger Stellung festgeklemmt werden konnte. Diese Messingplatte trug ebenfalls eine Klemmschraube und an einem federnden Messingstift eine dünne Messingplatte, auf der die andere Metallcalotte (*a*) angelötet war. Der Contact zwischen (*a*) und (*b*) bildet den Cohärer und die feinere Justirung desselben geschah mit der Schraube *S*, die ebenfalls mit der Metallplatte fest verbunden war.

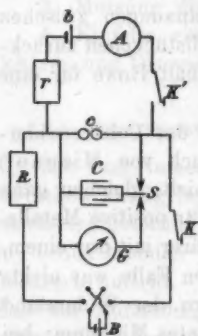


Fig. 2.

Die Beobachtungsmethode ist aus Fig. 2 ersichtlich. *c* stellt den Cohärer vor. Um seinen Anfangswiderstand schätzen zu können, wurde er mit einem Hilfskreise verbunden, der eine schwache elektromotorische Kraft ( $\mathcal{E} = 0,4$  Volt) und ein Milleampèremeter enthielt. Durch vorsichtiges Bewegen der Justirungs-



schraube konnte der ursprüngliche Widerstand innerhalb weiter Grenzen variirt werden. Da ich in den folgenden Versuchen stets blank geputzte Metallcalotten verwendete, war grosse Sorgfalt dabei notwendig. Es ist viel leichter einen passenden hohen Widerstand zu erhalten, wenn die Metalle einige Zeit der Luft ausgesetzt sind.

Nach der Justirung wurde der Hilfskreis geöffnet und der Cohärerect durch eine Batterie von höherer elektromotorischer Kraft ( $B$ ) durch das Schliessen des Schlüssels  $K$  hervorgebracht.<sup>1)</sup> Dieser Strom wurde nur so lange geschlossen gehalten, als zur Ladung und Entladung des Condensators  $C$  notwendig war. Der bei der Entladung des Condensators erhaltene Galvanometeraussschlag ergab dann die Potentialdifferenz an den Enden des Cohärrers mittels der mit einem Normal-element gefundenen Constanten. Ein Schliessen des Hilfskreises kurz nach dem Oeffnen des Schlüssels  $K$  erlaubte die Widerstandsänderungen, die nachträglich eintraten, zu beobachten.

Zur Anwendung kamen Cohärer aus Silber, Kupfer, Zink, Aluminium, Cadmium, Zinn, Eisen, Neusilber, Nickel und Wismut.

*Die negative Cohärerwirkung konnte ich bei allen diesen Metallen unter gewissen Umständen beobachten*, doch tritt dieselbe bei den weicheren viel häufiger als bei den härteren Metallen ein und zwar besonders bei frisch hergestellten Cohärern. Dies hat auch Bose beobachtet. Die Erscheinung war ungefähr folgende. Bei der Justirung des Instrumentes trat im Ampèremeter ein Hin- und Herschwanken der Nadel ein, bis sie sich schliesslich ruhig einstellte. Sobald nun der Hauptstrom durch den Cohärer geschlossen wurde, ging der Widerstand sehr hoch hinauf. Gleich nach dem Oeffnen des Hauptstromes wurde der Hilfskreis geschlossen. Das Ampèremeter zeigte dann gewöhnlich durch ein verhältnissmässig rasches, aber unregelmässiges Ansteigen des Ausschlages, dass sich der kleinere

1) Es scheint mir, dass man<sup>\*</sup> bisher stets zu viel Gewicht auf das Vorhandensein elektrischer Oscillationen gelegt hat. Die Hauptwirkung derselben beruht auf der Grösse der ersten Amplitude. Die Benutzung einer Batterie in der oben beschriebenen Weise ist jedenfalls für das Studium des Cohärerectes vorzuziehen.

Widerstand, oder metallische Contact, wieder bildete. Dies würde ganz dem Geräusch im Telephon, welches Bose nach der Einwirkung elektrischer Wellen beobachtete<sup>1)</sup>, oder dem Hin- und Herschwanke des Galvanometerausschlages entsprechen, der auf die Unschlüssigkeit der Moleculé, welche Structur sie annehmen wollen, zurückzuführen sein soll.

Auf mich machte die ganze Erscheinung den Eindruck, als ob an der Contactstelle ein Teilchen der Cohärersubstanz eingelagert sei, welches dann in einer Weise, welche der Decohäsion des Neugschwender'schen Apparates<sup>2)</sup> vollständig entspricht, bei starker elektrischer Einwirkung zur Seite geschleudert wird, bei kleinem durch den Cohärer gehenden Strom jedoch seine normale Lage wieder einnimmt. So hat ja auch Bose für negative Metalle eine positive Cohärerwirkung gefunden, wenn der erregende Funke in grosse Entfernung gerückt, also sein Einfluss schwach wurde. Auch Branly's Beobachtung<sup>3)</sup> einer plötzlichen Widerstandserhöhung, wenn der Cohärer mit dem einen Pole einer Wimshurstmaschine verbunden wurde, ist wohl in der obigen Weise zu erklären.

Die von mir beschriebene Erscheinung wiederholte sich oft hintereinander, wenn der Cohärer nicht erschüttert wurde. Zuweilen trat allerdings auch ein völliges Brechen des Contactes ein und der Widerstand blieb dauernd unendlich. Die Calotten mussten dann näher aneinander gebracht werden, doch trat dann fast stets die positive Cohärerwirkung ein.

Um die oben gemachte Annahme noch näher zu prüfen, wurden die Calotten, falls die negative Cohärerwirkung eingetreten war, weiter zusammengepresst. Nur eine geringe Widerstandsverminderung erfolgte, während bei normalem Zustande eine kleine Vergrösserung des Druckes den Widerstand schnell auf praktisch Null reducirte. Es blieb also das Teilchen mit dem relativ hohen Widerstande zwischen den Calotten. Andererseits gelang es mir häufig, das Teilchen durch starkes Klopfen oder dadurch zu entfernen, dass ich einen Tropfen Paraffinöl auf die Contactstelle brachte. Die negative Cohärer-

1) J. Ch. Bose, Proc. Roy. Soc. 65. p. 168. 1899.

2) E. Aschkinass, Wied. Ann. 67. p. 842. 1899.

3) E. Branly, Compt. rend. 130. p. 1068. 1900.

wirkung trat bei den weichen Metallen besonders häufig auf, wenn die Calotten kurz vorher mit Smirgelpapier gereinigt waren, verschwand aber, wenn sie mit feinem Handschuhleder gerieben wurden.

Nach den vorliegenden Versuchen dürfte es wahrscheinlich sein, dass die negative Cohärerwirkung bei der so häufig angewandten Form des Cohärrers auf secundäre Erscheinungen zurückzuführen ist, die mit der eigentlichen Cohärerwirkung nichts zu thun haben; denn, wenn die Cohärrersubstanz in gepulvertem Zustande angewandt wird, so werden solche störende Einflüsse besonders stark hervortreten.<sup>1)</sup>

## 2. Die kritische Potentialdifferenz.

In einer früheren Arbeit haben Guthe und Trowbridge<sup>2)</sup> gezeigt, dass bei der Anwendung eines dem oben beschriebenen ganz ähnlichen Instrumentes gewisse Gesetzmässigkeiten auftraten, die sich bei allen untersuchten Metallen: Eisen, Kupfer, Blei und Phosphorbronze, als gültig erwiesen.

Wir zeigten, z. B., wenn die Cohärerwirkung durch eine in den Cohärerkreis eingeschaltete Batterie bewirkt war, 1. dass die Potentialdifferenz an den Enden des Cohärrers bei genügender Stromstärke einen constanten Wert besitzt, welcher von einer weiteren Steigerung des Stromes oder einer Aenderung der angelegten elektromotorischen Kraft unabhängig ist, für verschiedene Metalle jedoch verschiedene Werte hat. Für mehrere Contacts ist dieselbe der Zahl derselben proportional. 2. Dass bei der Anwendung einer elektromotorischen Kraft, die kleiner als diese Potentialdifferenz ist, keine Cohärerwirkung eintritt. Wir nannten daher diesen Wert die „kritische Potentialdifferenz“.

Ich habe nun diese Untersuchungen auf eine grössere Anzahl von Metallen ausgedehnt, und zwar auf die schon im Cap. 1 erwähnten. Da mir nur daran lag, die kritische Potentialdifferenz dieser Metalle zu bestimmen, wurde von einer genauen Messung des Stromes abgesehen, doch vergewisserte ich mich in jedem Falle durch Aenderung der Stromstärke und der

1) Eine soeben erschienene Untersuchung von E. Marx, *Physik. Zeitschr.*, den 26. Januar 1901, über die Wirkungsweise des Schäfer'schen Anticohärrers, bestätigt meine oben ausgesprochenen Vermutungen.

2) K. E. Guthe u. A. Trowbridge, *Phys. Rev.* 11. p. 22. 1900.

angelegten elektromotorischen Kraft, dass der constante Wert erreicht war.

Der Apparat war der oben beschriebene. Nach dem Eintreten der Cohäsion wurde in jedem Falle der Contact gebrochen und von neuem justirt, häufig auch die Berührungsstelle der Metallcalotten geändert.

a) Cohärer, bestehend aus nur einem Metall.

Die Galvanometerausschläge, welche durch die Entladung des Condensators erhalten wurden, variirten unter normalen Bedingungen nur um wenige Scalenteile. Es wurde für jedes Metall aus einer Reihe von 30 bis 40 Beobachtungen das Mittel genommen. In der folgenden Tab. 1 sind nur die Mittelwerte der Ausschläge und der daraus berechneten Potentialdifferenzen angegeben.

Tabelle 1.

	Ag	Cu	Zn	Al	Cd	Sn	Fe	Neu-S.	Ni	Bi
Ausschlag	13,7	21,6	22,2	54,3	25,1	21,9	51,0	32,0	46,9	42,0
P.-D. in Volt	0,0622	0,094	0,096	0,236	0,109	0,095	0,222	0,139	0,204	0,183

Die kritische Potentialdifferenz für die verschiedenen Metalle variirt also von 0,062 bis 0,236 Volt. Beim Neusilber steht dieselbe zwischen denen seiner Bestandteile.

Ein eigenartiger Zusammenhang scheint zwischen dem Atomgewicht und der kritischen Potentialdifferenz zu bestehen. Multipliciren wir die beiden miteinander, so erhalten wir:

Tabelle 2.

Ag	Cu	Zn	Al	Cd	Sn	Fe	Ni	Bi
6,71	5,96	6,18	6,39	12,22	11,22	12,43	11,93	39,06

Ag, Cu, Zn und Al geben also ungefähr dasselbe Product: 6,31; Cd, Sn, Fe, Ni ein Product, das fast zweimal so gross ist: 11,95, während Bi ganz allein steht mit einem Product, das sechsmal so gross ist als das kleinste:  $39,06 = 6 \times 6,51$ . In der bereits citirten Arbeit<sup>1)</sup> fanden wir für Pb als

1) K. E. Guthe u. A. Trowbridge, l. c. p. 32.

kritische Potentialdifferenz 0,127 Volt; das giebt als Product  $26,28 = 4 \times 6,57$ .

Die ersten vier Metalle sind die besten Leiter für Wärme sowohl wie für Elektrizität, während Pb und Bi auch in dieser Beziehung für sich allein stehen.

Diese Constanz des Productes aus kritischer Potentialdifferenz und Atomgewicht für gewisse Metallgruppen ist jedenfalls auffallend. Vom Krümmungsradius ist dieselbe nach den Versuchen von Guthe und Trowbridge unabhängig. Ob jedoch die Temperatur, Oxydation der Metalle etc. einen Einfluss auf diese Erscheinung haben, sollte durch weitere Versuche festgestellt werden, da das vorliegende Beobachtungsmaterial noch nicht umfangreich genug ist.

b) Cohärer, bestehend aus verschiedenen Metallen.

Es schien bei der Verschiedenheit der kritischen Potentialdifferenzen von Interesse, zu untersuchen, ob die Richtung des Stromes auf den Cohäreffect von Einfluss sei, wenn derselbe zwischen verschiedenen Metallen hervorgerufen wird. Die folgende Tab. 3 enthält die Resultate. Darin ist die Potentialdifferenz angegeben, welche ich erhielt, wenn der Strom von dem in der horizontalen Reihe gegebenen zu dem in der verticalen Reihe stehenden Metall floss. Die Galvanometerausschläge waren im allgemeinen constant, nur mit Aluminium als einer Calotte erhielt ich durchaus unbefriedigende Resultate. Die Ausschläge wichen in den einzelnen Reihen beträchtlich voneinander ab; ich habe daher das Aluminium in der Tabelle nicht mit angeführt.

Tabelle 3.

	Ag	Cu	Zn	Cd	Sn	Fe	Neu-S.	Ni	Bi
Ag	0,062	0,082	0,125	0,127	0,164	0,256	0,078	0,209	0,13
Cu	0,086	0,084	0,135	0,142	0,170	0,252	—	—	0,18
Zn	0,119	0,143	0,096	0,109	0,103	0,141	—	—	0,117
Cd	0,118	0,131	0,105	0,109	0,087	0,174	0,091	—	—
Sn	0,166	0,179	0,089	0,087	0,095	0,210	ca. 0,2	0,152	ca. 0,13
Fe	0,300	0,278	0,141	0,152	0,152	0,222	0,243	0,300	0,220
Neu-S.	0,078	—	—	0,10	ca. 0,20	0,261	0,139	0,170	0,165
Ni	0,122	—	—	—	0,109	0,287	0,191	0,204	0,117
Bi	0,26	0,261	0,196	—	ca. 0,22	0,304	0,209	0,196	0,183

Im allgemeinen hat also die Richtung des Stromes keinen erheblichen Einfluss auf die kritische Potentialdifferenz zwischen zwei verschiedenen Metallen. Grössere Unterschiede treten nur beim Wismut, geringere beim Ni und zwischen Fe und Sn auf. Der Peltiereffect kann kaum als maassgebend für diese Unterschiede herangezogen werden, da die Variationen beim Ni und Bi in entgegengesetztem Sinne sind und auch für Neusilber kein Einfluss der Stromrichtung zu beobachten ist.

Hier möge nur noch die Uebereinstimmung der beiden Reihen für Ag und Cu einerseits und für Zn und Cd andererseits hervorgehoben werden. Die betreffenden Metalle stehen einander auch chemisch sehr nahe. Mit Fe erhielt ich durchweg die höchsten Potentialdifferenzen.

### 3. Messung des Cohärerwiderstandes mit Wechselstrom.

Die Existenz der kritischen Potentialdifferenz, welche proportional der Anzahl der Contactstellen ist, ferner die Abhängigkeit derselben von der Stromstärke, welche wenigstens für Eisen und Kupfer durch die Formel

$$p = nP(1 - e^{-ki})$$

dargestellt werden kann, wo  $n$  die Anzahl der Contactstellen,  $P$  die kritische Potentialdifferenz eines Contactes,  $i$  die Stromstärke und  $k$  eine Constante bedeuten, hatten die Vermutung nahe gelegt, dass wir es hier mit einer Art elektrolytischer Polarisation zu thun hätten. Ich<sup>1)</sup> habe dieselbe Formel als gültig für die Polarisation von Cu in  $\text{CuSO}_4$  gefunden.

Um diese Annahme näher zu prüfen, wurde der Cohärerwiderstand nicht allein durch die Potentialdifferenz an den Enden und den ihn durchfliessenden Strom gemessen, sondern auch nach der Kohlrausch'schen Methode vermittels eines Wechselstromes. Beide Methoden ergeben dasselbe Resultat für den Widerstand. Auch trat bei der Wechselstrommethode ein vollkommenes Schweigen des Telephons ein, wonach eine elektrolytische Polarisation, besonders, wenn man die Kleinheit der Elektroden in Betracht zieht, vollständig ausgeschlossen erscheint. *Der Cohärercontact verhält sich also dem Wechselstrom gegenüber ganz wie ein metallischer Widerstand.*

1) K. E. Guthe, Phys. Rev. 7. p. 193. 1898.



Ein metallischer Widerstand als Folge des Cohäreffectes wird bekanntlich auch von Lodge angenommen, nach welchem Funken zwischen den Teilchen überspringen, dieselben zusammenschweissen und so eine metallische Brücke bilden. Dagegen sprechen jedoch die Regelmässigkeiten der Erscheinungen, die bei der Entstehung der kritischen Potentialdifferenz zu beobachten sind. Funken werden allerdings zuweilen beobachtet, doch haben dieselben stets einen störenden Einfluss auf die eigentliche Cohärerwirkung. Die im nächsten Capitel zu besprechenden Erscheinungen sprechen ebenfalls gegen diese Theorie.

#### 4. Einfluss einer Erhitzung der Contactstelle auf den Widerstand des Cohärsers.

Ein Feilichtcohärer, dessen Widerstand bereits infolge eines elektrischen Einflusses vermindert ist, kann leicht durch Erwärmen auf seinen ursprünglichen Zustand zurückgebracht werden. Es ist nicht ausgeschlossen, dass diese Wirkung auf einer Verschiebung der Teilchen infolge der Erhitzung beruht und dass dadurch der gute Contact gebrochen wird.

Es würde jedoch falsch sein, daraus zu schliessen, dass eine höhere Temperatur die Empfindlichkeit des Cohärsers herabdrücke. Man muss doch annehmen, dass bei der Kleinheit der Contactstelle schon bei kleinen Strömen eine bedeutende Wärmeentwicklung eintreten kann. Bei meinen Versuchen wurden stets relativ grosse Ströme angewandt und so habe ich bei den leicht schmelzenden Metallen diese Erhitzung schon während der vorher beschriebenen Versuche nachweisen können. Während es mir im allgemeinen unmöglich war, durch eine Untersuchung mit dem Mikroskop an den Metallcalotten nach wiederholtem Gebrauch auch nur die geringsten Aenderungen an den Contactstellen zu entdecken, hatte beim Wismut und Zinn ein deutliches Schmelzen stattgefunden, wenn der Strom durch den Cohärer über ein Ampère gesteigert wurde. Bei den anderen Metallen konnte selbst bei einem Strom von vier Ampère keine Aenderung bemerkt werden.

Im Verlauf meiner Untersuchung über den Einfluss dieser Wärmeentwicklung wurde ich nun auf die Entdeckung eines, wie ich glaube, völlig unbekannten Phänomens geführt, welches

allerdings verschieden von dem eigentlichen Cohärereffect ist, durch welches aber, wie ich hoffe, dessen Erklärung erleichtert wird.

Der Cohärer wurde in der Weise abgeändert, dass an Stelle der Kugelcalotten zwei feine Drähte aus demselben Metall senkrecht zu einander angebracht wurden und dann durch einen leichten Druck gegen den einen der Contact hergestellt wurde. Dann wurde durch den *einen* Draht ein Strom gesandt, der stark genug war, den Draht und somit auch die Contactstelle zu erwärmen. Da die Enden des Condensators sich nicht unmittelbar an der Contactstelle befanden, so wurde bei einer Ladung und Entladung des Condensators die durch den erwärmenden Strom hervorgerufene Potentialdifferenz, *iw*, mitgemessen, ihr Wert jedoch in den folgenden Betrachtungen berücksichtigt. Während der Erhitzung wurde dann ein Strom *durch* den Contact geschickt und die Potentialdifferenz gemessen, d. h. genau dasselbe Verfahren, wie oben zur Ermittlung der kritischen Potentialdifferenz angewandt.

*Nun zeigte sich, dass bei der unabhängigen Erwärmung der Contactstelle der Widerstand des Cohärsers unter sonst ganz gleichen Umständen um so kleiner erschien, je stärker die Contactstelle erhitzt wurde, und dass er auf seinen anfänglichen hohen Wert zurückging, sobald die Erwärmung unterbrochen wurde.* Der elektrische Strom geht also um so leichter durch die Contactstelle, je heisser dieselbe ist.

Die folgenden Tab. 4 u. 5, welche nur einige meiner Resultate enthalten, zeigen den Einfluss der Erwärmung aufs deutlichste. In der ersten Reihe ist der durch die Entladung des Condensators hervorgerufene Galvanometeraus Schlag gegeben, wenn die Cohäsion *ohne* Erhitzung des Drahtes eintrat; dann wurde der Cohärer unberührt gelassen, jedoch der eine Draht erhitzt und die Potentialdifferenz, bei demselben Strom durch den Cohärer wie zuvor, gemessen. Dieser Galvanometeraus Schlag ist in der zweiten Reihe gegeben. Die Ausschläge, welche nach der Unterbrechung des erwärmenden Stromes und zwar nach 10, 30 und 50 Secunden beobachtet wurden, folgen in der dritten, vierten und fünften Verticalreihe. Der Cohärer bestand aus Stahldrähten von 0,36 mm Dicke. Ein Ausschlag von einem Scalenteile entspricht einer Potentialdifferenz von 0,00435 Volt.

Tabelle 4.

174	8	31	102	160
120	23	56	159	160

Selbst wenn der ursprüngliche Widerstand unendlich war — dies möge in der Tab. 5 durch  $\infty$  bezeichnet werden — konnte die Erscheinung beobachtet werden.

Tabelle 5.

$\infty$	18	292	$\infty$	$\infty$
$\infty$	19	229	$\infty$	$\infty$

Um den Einfluss geringerer oder grösserer Erwärmung zu studiren, wurde folgende Beobachtungsreihe angestellt. In der ersten Reihe der Tab. 6 ist die Stärke des erwärmenden Stromes gegeben, die folgenden haben dieselbe Bedeutung wie vorher. Es mag erwähnt werden, dass die Werte in der zweiten Reihe nur auf der zufälligen Justirung des Contactes beruhen und nichts mit der Stromstärke zu thun haben.

Tabelle 6.

0,2 Amp.	138	121	122	139	139
0,5 „	90	12	95	95	95
4,0 „	86	5	11	34	75

Dieselben Resultate erhielt ich bei der Anwendung eines Cohärrers aus Kupferdrähten. Hier war der Einfluss einer Erhitzung der Contactstelle noch grösser als beim Stahl. Die Ausschläge gingen auf ein bis zwei Scalenteile herunter, selbst wenn im erkalteten Cohärer der Widerstand unendlich war. Bei der Erhitzung des sehr dünnen Drahtes trat zuerst der Uebelstand auf, dass derselbe infolge der eintretenden Verlängerung von der ursprünglichen Contactstelle abglitt. Das konnte jedoch leicht dadurch verhütet werden, dass der Draht durch eine nahe beim Contacte angebrachte, feine verticale Spirale in seiner Lage festgehalten wurde.

Dass schon sehr kleine elektromotorische Kräfte genügen, um einen elektrischen Strom durch die erhitzte Contactstelle zu

senden, wurde in der folgenden Weise gezeigt (vgl. Fig. 3). *c* ist ein Cohärer aus Kupferdraht, der vor der Erhitzung auf unendlich grossen Widerstand justirt wurde.

Die Erhitzung des einen Drahtes geschah durch die Batterie *b*. Zwischen *A* und *C* ist ein Widerstandskasten von 10000 Ohm eingeschaltet. Durch Stöpselung kann ein beliebiger Bruchteil der elektromotorischen Kraft des Accumulators *B'* zwischen die Punkte *A* und *B* gebracht werden. Beim Schliessen des Stromschlüssels *K*, also beim Erwärmen des einen Drahtes, erhalten wir

einen bestimmten Ausschlag des Galvanometers. Nun konnte ich noch beim Umkehren der Wippe bei *B'* eine Aenderung dieses Ausschlages constatiren, wenn die Potentialdifferenz zwischen *A* und *B* nur noch 0,002 Volt betrug und der 0,29 mm dicke Kupferdraht von etwa 4 Ampère durchflossen wurde.

Schliesslich wandte ich einen Contact zwischen Drähten von verschiedenem Durchmesser an. Wie schon erwähnt, hat der Krümmungsradius keinen Einfluss auf die Erscheinung. Rufen wir nun durch einen verhältnismässig grossen Strom Cohärenz hervor, d. h. senden den Strom *durch* die Contactstelle, so wird der dünnere Draht erwärmt und wir haben so je nach der Richtung des Stromes einen Uebergang von einem wärmeren zu einem kälteren Metall oder umgekehrt. Die Beobachtungen ergaben in diesem Falle eine deutliche Abhängigkeit von der Stromrichtung. Die Dicke der angewandten Stahl-drähte war 1,65 mm und 0,27 mm, der Strom etwa 3 Ampère. Ich wähle ein beliebiges Beispiel aus einer ganzen Reihe von Beobachtungen. Ging der Strom vom dicken zum dünnen, also vom kalten zum warmen Draht, so erhielt ich durch Laden und Entladen des Condensators nach der im Cap. 1 beschriebenen Methode einen Ausschlag von 136 Scalenteilen, bei entgegengesetzter Stromrichtung nur 92 Scalenteile. Bei geringerer Erhitzung sind die Unterschiede entsprechend kleiner. Die Elektrizität fliesst also leichter von dem warmen Metall zum kalten als in der entgegengesetzten Richtung. Im ersteren Falle erhalten wir die kleinere Potentialdifferenz.

Dies giebt uns eine Erklärung der Resultate, die ich mit

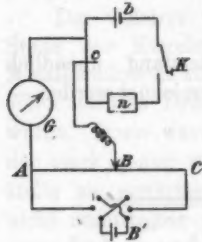


Fig. 3.

Cohärern aus verschiedenen Metallen erhalten habe. Bildet Wismut die eine Seite des Cohärers, so wird diese Seite bedeutend wärmer als die andere, da Wismut ein äusserst schlechter Wärmeleiter ist, und auf der anderen Seite die Wärme viel schneller fortgeführt wird. Dieses würde dann eine geringere Potentialdifferenz erwarten lassen, im Falle, dass der Strom vom Wismut zu einem anderen Metalle fliesst, als in der entgegengesetzten Richtung. Das ist in der That der Fall, wie Tab. 3 zeigt.

Andererseits wird beim Hindurchfliessen eines Stromes von Wismut zu einem anderen Metall die Contactstelle abgekühlt und dadurch vielleicht die Potentialdifferenz erhöht. Der Peltiereffect würde also im entgegengesetzten Sinne wirken wie die oben besprochene Erscheinung. Das würde die Resultate mit dem Nickel, bei dem jedenfalls der Unterschied in der Wärmeleitung nicht so hervortritt wie beim Wismut, verständlich machen.

Ich denke mir, dass beim Ansprechen des Cohärers auf irgend einen elektrischen Einfluss ein kleiner Strom durch die Contactstelle geht, welche infolge ihrer Kleinheit schon von ausserordentlich geringen Strömen erhitzt wird. Durch die Erwärmung tritt nach den in Cap. 3 beschriebenen Versuchen eine Widerstandsverminderung ein. Darin besteht, wie ich glaube, das erste Stadium des Cohärereffectes. Doch muss noch eine weitere Erscheinung dazu treten, da, wie wir gesehen haben, nach einer blossen Erhitzung der Contactstelle der Widerstand sehr schnell wieder steigt, jedoch bei der eigentlichen Cohärenz längere Zeit auf seinem kleinen Werte verharrt und nur sehr langsam auf den hohen Wert zurückkehrt. Worin nun der Unterschied zwischen diesen beiden Erscheinungen liegt, darüber kann bei unseren jetzigen Kenntnissen der Cohärerwirkung kaum etwas bestimmtes ausgesagt werden.

Zum Schluss wünsche ich, Hrn. Prof. Warburg für das grosse Interesse, das er meiner Arbeit entgegengebracht hat, meinen besten Dank auszusprechen.

Berlin, Physik. Institut der Universität, Januar 1901.

(Eingegangen 20. Januar 1901.)

---

**8. Beiträge zur Kenntnis  
des thermomagnetischen Longitudinaleffectes;  
von Louis Lownds.**

I.

§ 1. Ein aus verschiedenen Metallen zusammengesetzter geschlossener Kreis bestehe zum Teil aus Wismut. Der letztere Teil werde von einem Wärmestrom einer Richtung durchflossen und befinde sich in einem magnetischen Feld, dessen Kraftlinien senkrecht zum Wärmestrom gerichtet sind. Dann hängt die elektromotorische Kraft des Kreises von der Stärke des Magnetfeldes ab.

Dies ist der von v. Ettinghausen und Nernst<sup>1)</sup> im Jahre 1886 entdeckte thermomagnetische Longitudinaleffect.

Dieselbe Erscheinung wurde im Jahre 1887 von Grimaldi<sup>2)</sup> beobachtet und als Aenderung der thermoelektrischen Kraft durch das Magnetfeld beschrieben. v. Ettinghausen und Nernst halten diese Auffassung für zulässig und Defregger<sup>3)</sup> hat sie im Jahre 1897 durch besondere Versuche zu stützen gesucht. E. van Everdingen<sup>4)</sup> sagt, dass der Longitudinaleffect als Aenderung der thermoelektrischen Kraft betrachtet werden könne. Es soll zunächst näher geprüft werden, ob eine Aenderung der thermoelektrischen Kraft durch das Magnetfeld wirklich stattfindet.

§ 2. Zu den Versuchen diene ein 1 mm starker Wismutdraht von Härtmann & Braun, welcher bei Abkühlung auf die Temperatur der flüssigen Luft etwa dieselbe Zunahme des spezifischen Leitungsvermögens zeigte, wie der von Fleming und Dewar untersuchte Draht. *BA* (Fig. 1) ist ein 35 cm langes Stück von diesem Draht. Bei *B* und *A* sind Kupfer-

1) A. v. Ettinghausen u. W. Nernst, Wied. Ann. 29. p. 348. 1886.

2) G. P. Grimaldi, Rend. della R. Accad. dei Lincei 3. p. 134. 1887; 4. p. 353. 1888.

3) R. Defregger, Wied. Ann. 63. p. 97. 1897.

4) E. van Everdingen, Leiden Commun. 48. p. 17. 1899.



drähte angelötet, von denen der erste dem Wismutdraht parallel läuft. Von dem so gebildeten Thermoelement befindet sich der Teil  $BD$  mit der einen Lötstelle bei  $B$  in einem in  $G$  enthaltenen Bade constanter Temperatur; die andere Lötstelle  $A$  befindet sich in einem anderen in  $E$  enthaltenen Bade. An  $B, C, D$  sind die Lötstellen von Thermoelementen Eisen-Constantan angelötet, durch welche die Temperatur dieser Punkte bestimmt wird. Alle Drähte sind zusammen auf einem Holzbrett montirt. Der untere Teil des Elementes Wismut-Kupfer befand sich zwischen den Polen des grossen Elektromagneten der Berliner Akademie,  $B$  in der Mitte des Feldes. Die elektromotorische Kraft des Elementes wurde nach der Compensationsmethode gemessen. Die Feldstärken wurden durch die im Magnetfelde folgende Widerstandsänderung einer Wismutspirale gemessen.

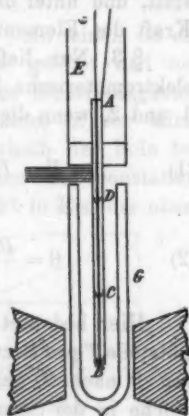


Fig. 1.

Es wurden nun zuerst Versuche gemacht bei 4 cm Polabstand und einer Feldstärke von 4720 C.G.S. 1. Mit Eis in  $G$ , Petroleum von Zimmertemperatur in  $E$ , 2. einem Gemisch aus fester Kohlensäure und Aether in  $G$ , Eis in  $E$ , 3. mit flüssiger Luft in  $G$ , Eis in  $E$ . Bei 2. und 3. war das Gefäss  $G$  ein Vacuummantelgefäss.

In allen Fällen waren nach Angabe der Eisen-Constantan-elemente die Temperaturen von  $B$  und  $C$  einander genau gleich, bei 3. war die Temperatur von  $D$  höchstens um  $1^\circ$  von der in  $B$  und  $C$  verschieden. *Ein Temperaturgefälle fand also im Magnetfeld nicht statt und unter diesen Umständen zeigte sich die elektromotorische Kraft des Elementes ungeändert, mochte das Feld erregt sein oder nicht.*

Im Fall 1 konnte ein schmäleres Gefäss, mithin ein kleinerer Polabstand und grössere Feldstärke (8100 C.G.S.) angewandt werden, wobei das Feld eine kleine zwischen  $-8$  und  $6$  Mikrovolt schwankende Aenderung der elektromotorischen Kraft bewirkte, was ich Temperaturschwankungen von  $B$  zuschreibe.

Bei allen diesen Versuchen befand sich also eine Lötstelle des Elementes Wismut-Kupfer im Magnetfelde, aber ein Temperaturgefälle im Wismut fand im Magnetfelde nicht statt, und unter diesen Umständen wurde die elektromotorische Kraft des Elementes vom Magnetfeld nicht beeinflusst.

§ 3. Nun liefert die Theorie von Lord Kelvin für die elektromotorische Kraft  $E$  in einem Kreise aus zwei Metallen 1 und 2, wenn die Lötstellen die Temperaturen  $T$  und  $T'$  haben

$$(1) \quad E = \Pi(T) - \Pi(T') + \int_T^{T'} (\sigma_2 - \sigma_1) dT,$$

$$(2) \quad 0 = \frac{\Pi(T)}{T} - \frac{\Pi(T')}{T'} + \int_T^{T'} \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{T} dT.$$

Hier bedeutet  $\Pi(T)$  die Wärmemenge, welche an einer Lötstelle  $T$  pro Secunde absorbirt wird, wenn der Strom durch  $T$  von 1 nach 2 geht (Peltiereffect),  $i\sigma dT$  die Wärmemenge, welche in der Secunde in einem Drahtelement entwickelt wird, wenn in ihm der Strom von dem einen Ende ( $T + dT$ ) zum anderen ( $T$ ) geht (Thomsoneffect).

Endlich ist die elektromotorische Kraft  $E$  positiv gerechnet, wenn sie in der Richtung von 1 durch  $T$  nach 2 hin wirkt.

Bezeichnet man ferner durch den Index  $\S$  den Wert einer Grösse im Felde von der Stärke  $\S$ , so liefert die Anwendung von (1) auf den Versuch des § 2 die Gleichung

$$0 = E_{\S} - E_0 = \Pi(T)_{\S} - \Pi(T)_0;$$

denn der auf das Magnetfeld fallende Teil des auf den Thomsoneffect bezüglichen Integrals verschwindet, indem ein Temperaturgefälle im Magnetfeld nicht stattfindet. Es ist mithin

$$\Pi(T)_{\S} = \Pi(T)_0$$

oder der Peltiereffect vom Felde unabhängig. Weiter liefert die Combination der Gleichungen (1) und (2)

$$\sigma_2 - \sigma_1 = T \cdot \frac{d\Pi}{dT}.$$

Es ist folglich auch  $\sigma_2 - \sigma_1$  und damit nach (1) die thermoelektrische Kraft  $E$  vom Feld unabhängig. Daraus geht hervor, dass sofern die Theorie von Lord Kelvin hier angewend-

bar ist, das Magnetfeld die thermoelektrischen Constanten des Wismuts ungeändert lässt und daher der thermomagnetische Longitudinaleffect nicht als eine Aenderung dieser Constanten aufgefasst werden kann.

Ich machte noch folgenden Versuch. An einen 35 cm langen Wismutdraht wurden Kupferdrähte gelötet und der Wismutdraht vertical zwischen die Pole des Elektromagneten gebracht, sodass der Mittelpunkt des Drahtes in der Mitte des Feldes lag. Die oberhalb und unterhalb der Pole befindlichen Teile des Wismutdrahtes wurden auf constanter Temperatur gehalten, der untere Teil auf 0° in Eis, der obere

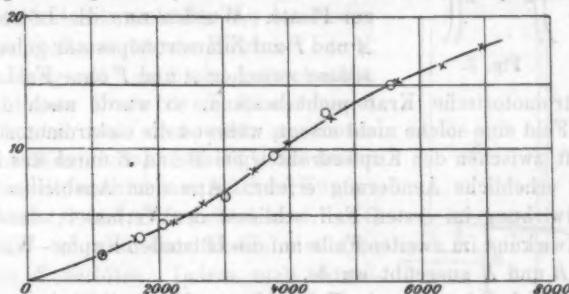


Fig. 2.

auf Zimmertemperatur in Petroleum. So fand der Temperaturfall im Felde statt, während die Lötstellen sich ausserhalb des Feldes befanden. Die durch das Feld bewirkte Aenderung der elektromotorischen Kraft dieses Elementes wurde für verschiedene Feldstärken bestimmt.

Ein zweites derartiges Element wurde aus einem 3,5 cm langen Wismutdraht gebildet, wobei die Lötstellen sich im Feld befanden, derselbe Temperaturfall wie bei dem vorigen Versuch hervorgebracht, und die elektromotorische Kraft wie zuvor bei verschiedenen Feldstärken gemessen. Die Ergebnisse beider Experimente stimmen, wie die graphische Darstellung (Fig. 2) zeigt<sup>1)</sup>, überein. Daraus folgt, dass die Feldwirkung nicht auf die Lötstellen ausgeübt wird.

1) In der Fig. 2 sind die Resultate für das 35 cm lange Stück Wismutdrahtes mit ○, für das 3,5 cm lange Stück mit × bezeichnet. Die Abscissen sind die Feldstärken, die Ordinaten die durch das Feld hervorgerufenen procentischen Aenderungen der elektromotorischen Kraft.

§ 4. Es erübrigt noch zu zeigen, dass die Versuche von Defregger zu dem vorstehenden Ergebnis nicht im Widerspruch stehen. Bei diesen Versuchen war eine Wismutplatte  $BCDE$  (Fig. 3) mit zwei Fortsätzen aus Wismut  $BA$  und  $EF$  versehen,  $BC$  wurde auf  $100^\circ$ ,

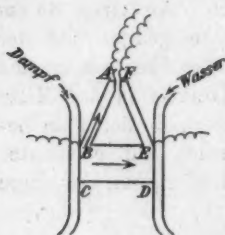


Fig. 3.

$ED$  auf Zimmertemperatur gehalten, sodass ein Wärmestrom in der Richtung des Pfeiles durch die Platte floss. Bei  $A$  und  $F$ , sowie bei  $B$  und  $E$  waren Kupferdrähte angelötet. Die magnetischen Kraftlinien verliefen senkrecht zur Platte. Wurden nun die Lötstellen  $A$  und  $F$  auf Zimmertemperatur gehalten, sodass zwischen  $A$  und  $F$  ohne Feld eine elektromotorische Kraft nicht bestand, so wurde auch durch das Feld eine solche nicht erregt, während die elektromotorische Kraft zwischen den Kupferdrähten bei  $B$  und  $E$  durch das Feld eine erhebliche Aenderung erfuhr. Aus dem Ausbleiben der Feldwirkung im ersten Fall schliesst der Verfasser, dass die Feldwirkung im zweiten Falle auf die Lötstellen Kupfer-Wismut bei  $B$  und  $E$  ausgeübt wurde.

Hierbei ist aber in Betracht zu ziehen, dass im ersten Fall bei der Wismutableitung auch in  $BA$  ein Wärmestrom bestand, und dass, sofern auch  $BA$  sich im Magnetfelde befand, infolge hiervon auch in  $BA$  ein Longitudinaleffect auftrat, welcher dem in  $BE$  erregten entgegenwirkte und, falls das Magnetfeld in  $BA$  ebenso stark als in  $BE$  war, diesem an Grösse gleich war, da nach Nernst<sup>1)</sup> der Longitudinaleffect zwischen zwei Stellen nur von deren Temperaturdifferenz, nicht aber von der Gestalt des Wismuts zwischen diesen Stellen abhängt. Die Longitudinaleffecte in  $BE$  und  $BA$  mussten sich also, wie beobachtet wurde, aufheben.

## II.

§ 5. Nernst fand, wie schon erwähnt, die elektromotorische Kraft  $p$  des von einem bestimmten Felde erregten Longitudinaleffectes zwischen zwei Stellen 1 und 2 unabhängig von der Gestalt des Wismuts zwischen 1 und 2 und nur abhängig von

1) W. Nernst, Wied. Ann. 31. p. 760. 1887.

den Temperaturen  $t_1$  und  $t_2$  dieser Stellen. Setzt man nun nach Nernst

$$p = (t_2 - t_1)n,$$

so hängt  $n$  von der Feldstärke  $\mathfrak{H}$  und der mittleren Temperatur  $t_1 + t_2/2$  ab. Bei den bisherigen diesbezüglichen Versuchen wurde die Temperatur nur innerhalb sehr enger Grenzen variirt. Ich habe mir die Aufgabe gestellt,  $n$  als Function der Feldstärke für Mitteltemperaturen zwischen ungefähr  $+70^\circ$  und Temperaturen, wie sie durch Anwendung flüssiger Luft erreicht werden können, zu bestimmen.

§ 6. Fig. 4 zeigt schematisch den von mir benutzten Apparat.  $E$  ist ein 9 cm hohes, 3,5 cm weites Messinggefäß,

aussen mit Filz umhüllt. An den Boden dieses Gefäßes ist ein Holzbrett  $abcd$ , 5 cm lang und 3 cm breit, angeschraubt. Auf diesem Brett ist ein 3,1 cm langes Stück  $AB$  von dem oben erwähnten reinen Wismutdraht befestigt, an dessen Enden die auch 1 mm starken Kupferdrähte  $AC$  und  $BD$  gelötet sind.  $AC$  endlich ist mit dem Boden des Gefäßes  $E$  verlötet. Indem man  $E$  mit siedendem Wasser, Eis, Aether-Kohlensäuremischung oder flüssiger Luft füllte, brachte man ein Temperaturgefälle in  $AB$  hervor. Die maassgebenden Temperaturen  $t_1$  und  $t_2$  in  $A$  und  $B$  wurden

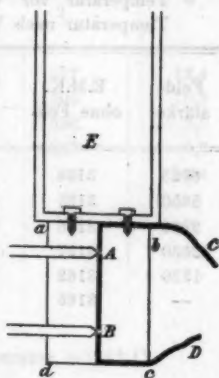


Fig. 4.

durch Eisen-Constantanelemente gemessen, deren Lötstellen bei  $A$  und  $B$  angelötet waren. Das Ganze befand sich zwischen den Polen des früher benutzten Elektromagneten so, dass die Kraftlinien den Wismutdraht rechtwinklig kreuzten.

Wenn nun die Thermoelemente constante Temperatur von  $A$  und  $B$  anzeigten, wurde die elektromotorische Kraft zwischen  $A$  und  $B$  nach der Compensationsmethode gemessen, 1. ohne Feld, 2. mit Feld von der einen, 3. mit Feld von der entgegengesetzten Richtung, 4. ohne Feld.<sup>1)</sup> Als absoluter Wert von  $n$  wurde die Grösse

$$\frac{(e_3 + e_4) - (e_1 + e_2)}{2(t_2 - t_1)}$$

1) Nur bei den Versuchen mit flüssiger Luft fiel die Messung 4 fort.

genommen und  $n$  negativ oder positiv gerechnet, je nachdem die durch das Feld erregte elektromotorische Kraft die Richtung des Wärmestromes oder die entgegengesetzte hatte.

§ 7. Die Resultate sind in den folgenden Tab. I bis IV verzeichnet und in Fig. 5 graphisch dargestellt; die elektromotorischen Kräfte sind in Mikrovolt angegeben.

Tabelle I.

Wismutdraht.

Siedendes Wasser im Gefäß. Mitteltemperatur  $49^{\circ}$  C.

	A	B	
Temperatur vor Versuch	$71,5^{\circ}$	$28^{\circ}$	$t_2 - t_1 = 44^{\circ}$
Temperatur nach Versuch	$71^{\circ}$	$26,6^{\circ}$	

Feldstärke	E.M.K. ohne Feld	E.M.K. mit Feld		$(e_2 + e_3) - (e_1 + e_4)$ 2	n
		→	←		
6925	3114	3506	3500	386	8,8
5650	3121	3452	3452	323	7,3
3990	3138	3366	3366	219	5,0
2680	3157	3282	3282	123	2,8
1320	3162	3202	3202	39	0,9
—	3165	—	—	—	—

Tabelle II.

Wismutdraht.

Eis im Gefäß. Mitteltemperatur  $8^{\circ}$  C.

	A	B	
Temperatur vor Versuch	$3,9^{\circ}$	$12,7^{\circ}$	$t_2 - t_1 = 8,9^{\circ}$
Temperatur nach Versuch	$8,6^{\circ}$	$12,6^{\circ}$	

Feldstärke	E.M.K. ohne Feld	E.M.K. mit Feld		$(e_2 + e_3) - (e_1 + e_4)$ 2	n
		→	←		
6760	621	725	722	103	11,6
5550	620	708	707	86	9,7
3950	623	686	686	62	7,0
2660	625	666	666	37,5	4,2
1350	632	642	645	10	1,1
—	635	—	—	—	—



Tabelle III.

Wismutdraht.

Mischung aus fester Kohlensäure und Aether im Gefäß.

Mitteltemperatur  $-27^{\circ}$  C.

	A	B	
Temperatur vor Versuch	$-50,3^{\circ}$	$-8,6^{\circ}$	$t_2 - t_1 = 46,6^{\circ}$ .
Temperatur nach Versuch	$-51^{\circ}$	$-4,5^{\circ}$	

Feld- stärke	E.M.K. ohne Feld	E.M.K. mit Feld		$\frac{(e_2 + e_3) - (e_1 + e_4)}{2}$	n
		→	←		
6760	3290	3876	3836	577	12,4
5550	3269	3780	3755	506	10,9
3950	3254	3653	3641	396	8,5
2660	3248	3512	3504	267	5,7
1850	3235	3332	3340	98	2,1
—	3241	—	—	—	—

Tabelle IV.

Wismutdraht.

Flüssige Luft im Gefäß. Mitteltemperatur  $-112^{\circ}$  C.

	A	B	
Temperatur vor Versuch	$-175^{\circ}$	$-50^{\circ}$	$t_2 - t_1 = 124,2^{\circ}$ .
Temperatur nach Versuch	$-173^{\circ}$	$-49,5^{\circ}$	

Feld- stärke	E.M.K. ohne Feld	E.M.K. mit Feld	$e_2 - \frac{1}{2}(e_1 + e_4)$	n
2660	7584	8125	607	4,9
3950	7453	7943	495	4,0
5550	7443	7720	263	2,1
6760	7471	7584	103	0,8
—	7490	—	—	—
1820	7546	7871	348	2,8
—	7500	—	—	—

Versuche derselben Art wurden mit der von Hrn. Yamaguchi<sup>1)</sup> zu seinen Untersuchungen über den Transversaleffect

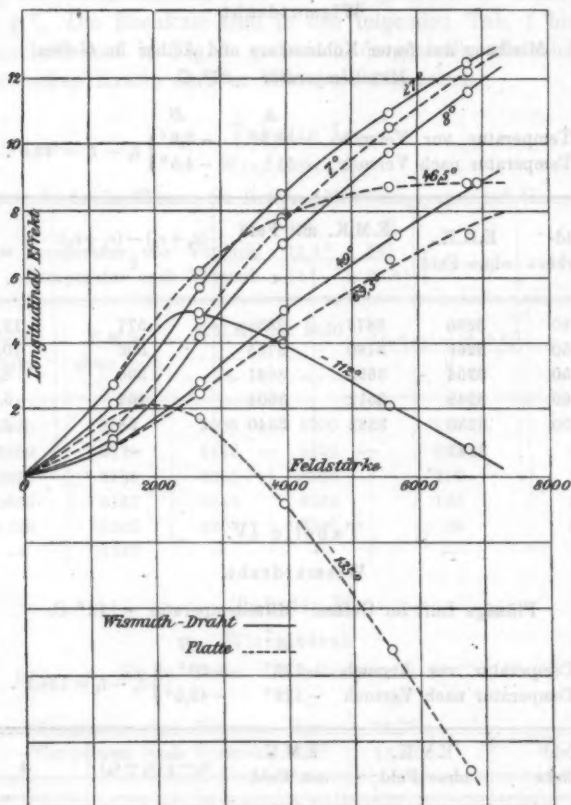


Fig. 5.

benutzten Platte gemacht. Die Ergebnisse sind in den folgenden Tab. V—VIII verzeichnet und ebenfalls in Fig. 5 graphisch dargestellt.

1) E. Yamaguchi, Ann. d. Phys. 1. p. 214. 1900.

Tabelle V.

Wismutplatte.

Siedendes Wasser im Gefäss. Mitteltemperatur 69,5° C.

	A	B	
Temperatur vor Versuch	91,3°	50,2°	$t_2 - t_1 = 42,7^\circ$
Temperatur nach Versuch	90,4°	46°	

Feldstärke	E.M.K. ohne Feld	E.M.K. mit Feld		$\frac{(e_2 + e_3) - (e_1 + e_4)}{2}$	n
		→	←		
6760	3075	3455	3476	311	7,3
5550	3233	3493	3451	282	6,6
3950	3147	3356	3438	185	4,3
2660	3278	3380	3413	105	2,5
1350	3305	3329	3344	41	1,0
—	3286	—	—	—	—

Tabelle VI.

Wismutplatte.

Eis im Gefäss. Mitteltemperatur 7° C.

	A	B	
Temperatur vor Versuch	2,4°	11,4°	$t_2 - t_1 = 9^\circ$
Temperatur nach Versuch	2,5°	11,6°	

Feldstärke	E.M.K. ohne Feld	E.M.K. mit Feld		$\frac{(e_2 + e_3) - (e_1 + e_4)}{2}$	n
		→	←		
6760	731	843	843	110	12,2
5550	735	830	834	95,5	10,5
3950	733	806	809	70,5	7,7
2660	736	777	781	43,5	4,8
1350	735	746	749	12,5	1,4
—	735	—	—	—	—

Tabelle VII.

Wismutplatte.

Mischung aus fester Kohlensäure und Aether im Gefäß.

Mitteltemperatur  $-46,5^{\circ}\text{C}$ .

	A	B	
Temperatur vor Versuch	$-71^{\circ}$	$-21,5^{\circ}$	$t_2 - t_1 = 50,5^{\circ}$
Temperatur nach Versuch	$-72,5^{\circ}$	$-21^{\circ}$	

Feld- stärke	E.M.K. ohne Feld	E.M.K. mit Feld		$(e_2 + e_3) - (e_1 + e_4)$ 2	n
		→	←		
6760	3916	4389	4373	444	8,8
5550	3959	4412	4417	440	8,7
3950	3989	4373	4384	396	7,8
2660	3976	4275	4286	315	6,2
1350	3954	4083	4111	139	2,8
—	3963	—	—	—	—

Tabelle VIII.

Wismutplatte.

Flüssige Luft im Gefäß. Mitteltemperatur  $-185^{\circ}\text{C}$ .

	A	B	
Temperatur vor Versuch	$-189,5^{\circ}$	$-82,5^{\circ}$	$t_2 - t_1 = 106,5^{\circ}$
Temperatur nach Versuch	$-187,5^{\circ}$	$-81,5^{\circ}$	

Feld- stärke	E.M.K. ohne Feld	E.M.K. mit Feld	$e_2 - \frac{1}{2}(e_1 + e_4)$	n
2660	7584	7776	184	1,7
3950	7611	7557	— 90	— 0,8
5550	7683	7162	— 554	— 5,2
6760	7748	6772	— 945	— 8,9
—	7683	—	—	—

Die mit Draht von Hartmann & Braun und Platte von Yamaguchi (auch elektrolytisch niedergeschlagen) gewonnenen Ergebnisse stimmen zwar nicht völlig, aber so gut als erwartet werden konnte, überein, zeigen jedenfalls durchaus ähnlichen Verlauf.

Die Versuche geben zu folgenden Bemerkungen Veranlassung:

1. Betrachten wir zuerst den Longitudinaleffect bei  $-112^{\circ}$  im Wismutdraht (Fig. 5). Der Effect wächst zuerst mit der

Feldstärke, erreicht bei 2450 C.G.S. ein Maximum und nimmt alsdann mit wachsender Feldstärke ab; dass er bei einer gewissen, hier nicht erreichten Feldstärke negativ werden würde, geht aus dem Verhalten der Platte bei  $-135^\circ$  mit Evidenz hervor.

2. Der Verlauf der auf die höheren Temperaturen bezüglichen Curven legt die Vermutung sehr nahe, dass auch hier Maximum- und Zeichenwechsel beobachtet worden wären, wenn man zu hinreichend starken Feldern hätte vordringen können, und dass die entsprechenden Feldstärken um so höher hinauf-rücken, je höher die Temperatur ist.

3. Ganz anders als nach 1. und 2. der Longitudinaleffect verhält sich nach Yamaguchi<sup>1)</sup> der thermomagnetische Trans-versaleffect, welcher bei den tiefsten erreichten Temperaturen mit wachsender Feldstärke fortwährend ansteigt.

4. E. van Everdingen bestimmte an derselben Platte zwischen Zimmertemperatur und  $100^\circ$  für verschiedene Feld-stärken sowohl den Longitudinaleffect als die Widerstands-änderung, und fand, dass beide Effecte  $E$  in ihrer Abhängig-keit vom Feld  $\mathfrak{H}$  durch dieselbe Formel, nämlich

$$E = \frac{C_1 \mathfrak{H}^2}{1 + C_2 \sqrt{\mathfrak{H}^2}}$$

dargestellt werden konnten. Nach meinen Versuchen verliert diese Beziehung bei tiefen Temperaturen vollständig ihre Gültigkeit. In der That wechselt der Longitudinaleffect, als Function der Feldstärke  $\mathfrak{H}$  betrachtet, bei  $-135^\circ$  für  $\mathfrak{H} = 3560$  C.G.S. das Zeichen, während die durch das Magnet-feld in reinem Wismut hervorgebrachte Widerstandsvermehrung mit wachsender Feldstärke fortwährend steigend gefunden wird.<sup>2)</sup>

Es sei mir gestattet, an dieser Stelle dem Hrn. Prof. Warburg für die Anregung zu dieser Arbeit und für das freundliche Interesse während des Fortganges derselben meinen verbindlichsten Dank auszusprechen.

Berlin, Physik. Inst. d. Univ., 19. Januar 1901.

1) E. Yamaguchi, l. c.

2) J. A. Fleming u. J. Dewar, Proc. Roy. Soc. 60. p. 72—75. 1896.

(Eingegangen 20. Januar 1901.)

# 9. Ueber die Bandenspectra der Thonerde und des Stickstoffs; von G. Berndt.

(Mitteilung aus dem Physikalischen Institut der Universität Halle.)

Das Bandenspectrum des Aluminiums ist von Hasselberg<sup>1)</sup> zwischen 5162,05 und 4470,63 (Ångström'sche Einheiten) gemessen. Doch gehen die Meinungen darüber auseinander, ob man dieses Spectrum dem Oxyd zuschreiben soll, wie es Lockyer<sup>2)</sup> und Hasselberg thun, oder dem Metall, eine Ansicht, die von Wüllner<sup>3)</sup> und neuerdings von Arons<sup>3)</sup> und Hemsalech<sup>2)</sup> vertreten wird. Arons giebt an, dass er dieses Bandenspectrum im elektrischen Lichtbogen auch in Stickstoff- und Wasserstoffatmosphäre erhalten, und dass er keine Spur von Thonerde gefunden habe. Hemsalech hat es unter Benutzung des Inductionsfunken auch in denselben Gasen erhalten, sodass also die Gegenwart von Sauerstoff dazu nicht notwendig wäre.

Schaltet man in den Entladungskreis eines durch einen Inductionsapparat geladenen Condensators eine Rolle mit Selbstinduction von etwa 0,001 bis 0,0065 Quadrant, so zeigen die Spectra von Metallen Aenderungen, wie sie Hemsalech<sup>4)</sup> im wesentlichen beobachtet hat. Gleichzeitig tritt ein Bandenspectrum auf (zur Photographie genügt eine Expositionszeit von etwa 7 Min.), das Hemsalech dem Stickstoff zuschreibt, ohne jedoch seine Ansicht näher zu begründen.

Ein solches Bandenspectrum erhielt ich ausser bei Eisen, wo es durch die Unzahl der Metalllinien verdeckt wird, bei Cadmium, Zink, Aluminium, Zinn, Silber, Kupfer, Blei und Platin; die Photographien umfassten das Gebiet zwischen

1) B. Hasselberg, K. Svenska Vetensk. Akad. Handl. 24. Nr. 15. 1892.

2) G. A. Hemsalech, Ann. d. Phys. 2. p. 331. 1900.

3) L. Arons, Ann. d. Phys. 1. p. 700. 1900.

4) G. A. Hemsalech, Proc. Roy. Soc. 64. p. 331. 1899; Compt. rend. 129. p. 285. 1899; Journ. de Phys. (III) 8. p. 652. 1899 und 9. p. 437. 1900.



5100 und 2000. Wie eine genauere Betrachtung lehrte und wie die Messung der Wellenlängen bestätigte, war das Bandenspectrum, abgesehen von unwesentlichen Intensitätsunterschieden, bei den acht Metallen identisch, musste also eine gemeinsame Ursache, die Luft, haben. Es blieb jedoch noch die Frage offen, welchem Bestandteile der Luft es zuzuschreiben war. Da auch das Aluminium nur dasselbe Bandenspectrum zeigte, wie die übrigen Metalle, ergab sich die weitere Frage, ob das bisher beim Aluminium beobachtete Bandenspectrum mit dem hier erhaltenen identisch und damit der Luft zuzuschreiben wäre, oder ob das Aluminium ausserdem noch ein eigenes Bandenspectrum besitze, und wenn das letztere der Fall, ob es dem Metall oder dem Oxyd angehöre.

Hemsalech<sup>1)</sup> giebt an, dass man das Bandenspectrum des Aluminiums sieht, wenn man durch eine Linse ein scharfes Bild des Funkens auf den Spalt eines Spectralapparates projicirt. Man erhält dann in der Mitte das Linienspectrum des Aluminiums und der Luft, oben und unten das Bandenspectrum. Hat man in den Secundärkreis des Inductionsapparates einen Condensator eingeschaltet, so wird das Bandenspectrum durch das äusserst helle Linienspectrum der Luft verdeckt. Hasselberg ist der Ansicht, dass in diesem Falle die Dissociationsgrenze des Aluminiumoxyds überschritten wird, und dass infolge dessen das Bandenspectrum nicht auftreten kann.

Durch meine Versuche wurden diese letzteren Angaben nicht ganz bestätigt, denn ich erhielt ein sehr deutliches Bandenspectrum, obwohl ein Condensator von 0,00494 und 0,00896 Mikrof. eingeschaltet war (der Entladungskreis war von Selbstinduction möglichst frei). Die Banden lagen oberhalb und unterhalb des Linienspectrums, erweckten aber den Anschein, als wenn sie auch durch den mittleren Teil des Spectrums gingen und nur hier durch das bei weitem intensivere Linienspectrum verdeckt würden. Man kann diese Banden auch photographiren bei einer Expositionsdauer von etwa 2 Stunden. Dazu blendet man am besten den mittleren hellglänzenden Teil des Funkenbildes ab, sodass man oben und unten nur den grün gefärbten Teil übrig behält. Mit Vortheil

1) Vgl. G. A. Hemsalech, l. c.

verwendet man orthochromatische Platten, obwohl auch die gewöhnliche Platte ein gutes Bild liefert. Dies Bandenspectrum ist aber durchaus nicht mit dem gemeinsamen der übrigen Metalle identisch. Es erstreckt sich nur auf das Grün und Blaugrün, während das der Luft erst im Violett beginnt und sich weit bis ins Ultraviolett erstreckt. Schaltet man jetzt Selbstinduction ein, so verschwindet im sichtbaren Teil das Linienspectrum fast völlig, und man erhält nur das Bandenspectrum, jetzt auch durch die Mitte gehend. Im Ultraviolett erhält man das allen Metallen gemeinsame Bandenspectrum, ebenso wenn man den einfachen Inductionsfunken ohne Condensator und ohne Selbstinduction verwendet. Die übrigen Metalle lieferten jedoch im sichtbaren Teil unter keinen Umständen ein Bandenspectrum, gleichgültig ob man mit dem einfachen Inductionsfunken, Condensator im Secundärkreis oder Capacität und Selbstinduction arbeitete. — Man hat es also beim Aluminium mit zwei verschiedenen Bandenspectren zu thun, einmal, im sichtbaren Teil, das von Hasselberg gemessene, andererseits, im Ultraviolett, das der Luft.

Es blieb jetzt noch die weitere Frage: gehört das Bandenspectrum im sichtbaren Teil dem Aluminium oder seinem Oxyd an? Diese Frage war nur zu entscheiden, wenn man das Aluminiumspectrum in verschiedenen Gasen beobachtete. Ich stellte mir deshalb eine Stickstoff-, Wasserstoff- und Sauerstoffatmosphäre auf folgende Weise her: An Platin befestigte Aluminiumelektroden wurden in Glasröhren mit seitlichem Ansatzstück eingeschmolzen. Dieselben wurden mit destillirtem Wasser, Alkohol und Aether gereinigt, und schliesslich trockene Luft hineingelassen.<sup>1)</sup> Diesen Röhren wurden mit den betreffenden Gasen gefüllt. Der Wasserstoff wurde im Kipp'schen Apparat (Zink und verdünnte Schwefelsäure) entwickelt, durch Kaliumpermanganat und Schwefelsäure gereinigt und längere Zeit durch eine Pipette geschickt, bis die Luft daraus verdrängt war. Die Pipette und die Röhre wurden dann an die Quecksilberluftpumpe geschlossen, bis an den Hahn der

1) Als ich zufällig Funken durch eine Röhre gehen liess, aus welcher der Aetherdampf noch nicht völlig verdrängt war, erhielt ich nicht das Aluminium-, sondern das Kohlenwasserstoffbandenspectrum.

Pipette scharf evacuirt, die Pumpe abgesperrt und im langsamen Strome der Wasserstoff durch ein Phosphorpentoxydrohr in die Röhre gelassen, die dann sofort abgeschmolzen wurde. In der Röhre hatte das Gas ein wenig Unterdruck, der durch die Erwärmung beim Durchgehen der Funken aufgehoben wurde. In dieser Wasserstoffatmosphäre erhielt ich kein Bandenspectrum, sondern nur die drei Wasserstofflinien und die Metalllinien des Aluminiums. Bei Einschaltung von Selbstinduction trat das weisse Linienspectrum des Wasserstoffs auf.

Der Stickstoff wurde dadurch erzeugt, dass ein über Quecksilber abgesperrtes Luftvolumen wiederholt über glühende Kupferspäne hin und her getrieben wurde. Dass der Sauerstoff völlig entfernt war, geht daraus hervor, dass zum Schluss noch blankes metallisches Kupfer vorhanden war. Von Kohlensäure wurde der Stickstoff durch Natronkalk befreit. Auf die Beseitigung von etwaigem Wasserstoff wurde nicht geachtet, da ja nach den Versuchen in Wasserstoff kein Bandenspectrum auftrat. Das über Quecksilber abgesperrte Stickstoffvolumen wurde dann wieder an die Luftpumpe gebracht und wie beim Wasserstoff verfahren. Auch im Stickstoff erhielt ich kein Bandenspectrum. Bei Einschaltung von Selbstinduction trat das Stickstoffbandenspectrum auf. Dasselbe erhielt ich auch auf der Photographie, und es zeigte sich, dass es mit den bei den acht Metallen erhaltenen — soweit die Photographie durch Glas möglich — identisch war. Damit war also die Ansicht von Hemsalech bestätigt, dass das bei Einschaltung von Selbstinduction bei den Metallen erhaltene Bandenspectrum dem Stickstoff zuzuschreiben ist.

Der Sauerstoff wurde aus Braunstein und Kaliumchlorat (zu gleichen Teilen) entwickelt, über Wasser und Kalilauge gereinigt, in einem Gasometer aufgefangen und sofort nach der Darstellung gebraucht, sodass er nicht etwa durch den vom Wasser des Gasometers absorbirten Stickstoff verunreinigt wurde. Es wurde dann wieder bis an den Hahn des Gasometers evacuirt, und die Röhre mit Sauerstoff gefüllt; sie wurde jedoch nicht abgeschmolzen, sondern mit dem Gasometer in Verbindung gelassen, in dem das Gas stets unter Ueberdruck stand, damit der bei der Verbrennung des Alu-

miniums gebrauchte Sauerstoff sofort wieder ersetzt wurde. Im Sauerstoff traten die Aluminiumbanden weit lebhafter hervor, wie in Luft. Bei zweistündiger Expositionsdauer konnte ich dieselben sehr gut photographiren. Einschaltung von Selbstinduction war auf das Aussehen der Banden fast ohne Einfluss.

Durch diese Versuche war nachgewiesen, dass die Gegenwart von Sauerstoff für die Entstehung des Bandenspectrums notwendig war. Um schliesslich noch die Frage zu entscheiden, ob das Bandenspectrum der Thonerde oder etwa dem Sauerstoff angehöre, wurde eine ebensolche Röhre mit Platinelektroden hergestellt. Die Sauerstofffüllung geschah in etwas anderer, aber ausreichender Weise. Die Röhre wurde dann abgeschmolzen. Ein Bandenspectrum zeigte sich nicht. Bei Einschaltung von Selbstinduction begannen die nur etwa 0,5 mm starken Platinelektroden zu glühen.

Das Aluminium war in dem Sauerstoff sehr lebhaft verbrannt. Die Funkenstrecke, die anfangs etwa 1,5 mm betrug, war nachher nahezu 1 cm; dazu war die ganze Röhre mit weisser Thonerde bedeckt. Auch das Platin in der letzten Röhre war oxydirt, wenn auch nicht so lebhaft.

Aus meinen Versuchen muss ich deshalb den Schluss ziehen, dass das Bandenspectrum der Thonerde und nicht dem Aluminiummetall zuzuschreiben ist, da die Gegenwart von Sauerstoff zur Entstehung desselben notwendig ist.

Das im elektrischen Lichtbogen beobachtete Bandenspectrum ist weit ausgedehnter, zeigt auch sonst gegen das im Inductionsfunken erhaltene kleine Unterschiede. Im Funken kann man drei Gruppen unterscheiden:

- I. Zwischen 5400 und 5800, verwaschen, würde sich bei grosser Dispersion wahrscheinlich in feine Linien auflösen; von Hasselberg nicht gemessen.
- II. Von 5162 bis 5079.
- III. Von 4914 bis 4482, die intensivste Bande, aus wenigen, aber scharf markirten Linien bestehend.

Im Bogen (bei dem man im sichtbaren Teil kein Linienspectrum erhält) löst sich

- I. in sehr viele feine Linien auf,
- II. bleibt fast ungeändert,

III. wird verwaschen, würde sich also bei grösserer Dispersion in sehr viele feine Linien auflösen, wie sie Hasselberg auch gemessen. Ferner treten zwei Banden neu auf,

IV. von 4810 bis 4648 und

V. von 4594 bis 4470, wie sie Hasselberg angiebt.

Auf Photographien mit dem elektrischen Bogen bis 2100 hin habe ich weitere Banden nicht gefunden.

Bei dem mit Selbstinduction im Ultraviolett erhaltenen Stickstoffbandenspectrum, dessen Wellenlängen ich in der Tabelle am Schluss gebe, kann man fünfzehn Gruppen unterscheiden.

- |       |        |     |         |   |
|-------|--------|-----|---------|---|
| I.    | 4254,6 | bis | 3910,8  | mat.  |
| II.   | 3905,1 | „   | 3597,5  | abschattirt, mit intensiven Linien.               |
| III.  | 3593,2 | „   | 3575,8  | sehr intensiv.                                    |
| IV.   | 3957,3 | „   | 3164,0  | die einzelnen Linien liegen dicht aneinander.     |
| V.    | 3155,7 | „   | 3064,0  | die intensivste Gruppe.                           |
| VI.   | 3060,0 | „   | 2980,8  | sehr schwach.                                     |
| VII.  | 2971,2 | „   | 2715,0  | unregelmässig.                                    |
| VIII. | 2710,4 | „   | 2586,6. |   |
| IX.   | 2584,1 | „   | 2466,1  | intensiver u. dichter, wie die umgebenden Banden. |
| X.    | 2465,4 | „   | 2440,4  | die Linien liegen sehr dicht aneinander.          |
| XI.   | 2438,9 | „   | 2356,9  | mit weiten Zwischenräumen.                        |
| XII.  | 2355,9 | „   | 2257,8. |   |
| XIII. | 2256,5 | „   | 2211,3  | schwach.  |
| XIV.  | 2210,0 | „   | 2201,0  | die Linien liegen weit voneinander ab.            |
| XV.   | 2199,9 | „   | 2194,2  | ganz schwach, allmählich verschwindend.           |

Zur Bestimmung der Wellenlänge habe ich die Messungen bei Zink, Cadmium, Kupfer und Platin, von 2300 ab bei Aluminium und Zink benutzt, die mit einer Teilmaschine ausgeführt wurden. Der Maximalfehler dürfte bei 4250 etwa 0,7, bei 2200 etwa 0,3 Ångström'sche Einheiten betragen.

Die Aufnahmen wurden mit dem grossen Quarzspectrographen des Institutes gemacht; verwendet wurden orthochromatische und gewöhnliche Schleussnerplatten, für das Gebiet von 2300 ab Lumièreplatten; hier beträgt die Expositionsdauer  $\frac{1}{2}$  bis 1 Stunde.

Für die Herstellung der Spectralröhren bin ich dem ersten Assistenten, Hrn. Dr. H. Schultze, zu Dank verpflichtet.

Zum Schluss bleibt mir noch übrig, Hrn. Prof. Dr. Dorn für seine Anregung und freundliche Unterstützung bei vorliegender Arbeit meinen besten Dank auszusprechen.

## Wellenlängen des Stickstoffbandenspectrums.

- I. 4254,6 34,2 28,6 22,2 18,2 12,3 04,8 4199,1 93,1 86,4 78,7 71,0  
 64,6 58,6 55,3 50,7 47,3 43,2 38,7 35,1 31,8 27,1 22,2 19,2 10,1  
 0,42 4099,8 93,4 88,3 81,2 75,6 68,7 61,1 53,0 48,1 43,0 41,1 34,9  
 29,9 15,8 10,4 0,32 3992,7 86,4 82,1 77,7 72,1 67,1 61,1 57,8 50,2  
 46,0 43,9 40,1 37,8 34,4 31,6 26,3 20,8 18,1 15,3 10,8.
- II. 3905,1 3899,3 96,7 92,6 88,0 83,5 78,3 73,9 71,3 69,0 67,2 62,1  
 60,2 58,1 51,3 48,9 45,0 42,1 39,2 36,8 34,3 31,7 29,5 27,2 24,4  
 21,5 18,7 16,2 13,3 10,4 07,9 04,2 02,0 3798,8 95,7 92,9 90,0 86,2  
 83,7 80,9 76,8 74,6 70,8 67,5 64,4 61,2 57,9 55,6 51,0 47,9 46,5  
 44,1 41,5 39,0 35,6 32,3 29,7 26,6 24,0 22,1 19,6 16,5 13,6 10,9  
 08,7 05,0 02,1 3699,7 94,5 90,0 86,7 81,2 77,3 73,2 69,7 67,0 62,2  
 58,2 54,9 51,1 47,7 44,5 40,6 37,0 32,0 28,6 25,1 21,2 17,2 13,1  
 09,0 05,5 02,1 3597,5.
- III. 3598,2 90,2 87,3 83,0 77,1 71,8 68,1 60,0 55,3 51,3 44,4 41,7 35,2  
 30,2 26,7 22,4 16,9 11,2 09,4 06,7 04,2 01,3 3499,4 98,3 94,7 89,6  
 85,0 82,0 78,8 76,1 73,1 70,6 66,6 64,0 60,1 57,1 54,7 51,0 47,0  
 43,4 40,0 36,0 32,1 28,4 24,2 20,6 17,0 13,3 09,9 05,1 00,5 3396,2  
 92,2 88,6 84,1 80,4 75,8.
- IV. 3357,3 55,3 53,6 51,9 50,3 47,7 46,3 44,8 43,1 41,9 41,1 39,7 38,1  
 36,5 34,7 33,1 31,0 29,1 27,2 25,2 23,6 21,5 19,3 17,8 15,3 13,1  
 11,2 08,7 06,8 05,0 01,7 3297,7 95,9 94,9 92,9 88,1 86,2 84,4 81,1  
 79,7 77,9 76,4 74,8 71,9 69,0 66,9 63,9 61,0 57,9 54,9 52,1 49,1  
 46,4 43,9 40,1 37,0 34,2 29,9 27,5 23,7 21,2 19,3 17,7 15,9 14,7  
 12,9 11,2 06,2 04,7 02,9 00,9 3199,3 97,4 93,4 89,9 88,2 86,9 85,5  
 82,9 79,9 75,8 71,1 67,2 64,0.
- V. 3155,7 52,2 50,2 48,0 44,8 40,8 38,8 31,8 28,3 23,9 20,1 18,6 16,8  
 15,0 13,6 12,3 10,8 09,7 08,1 05,9 01,7 3098,7 95,5 92,7 90,3 89,1  
 87,8 85,3 83,3 81,7 80,0 78,7 76,2 74,0 71,6 67,3 64,0.
- VI. 3060,0 58,0 55,0 53,3 51,1 49,0 46,4 43,6 40,9 38,4 34,3 31,3 28,8  
 26,1 23,7 21,0 18,3 09,8 07,1 04,5 01,8 2996,4 93,0 90,1 87,1 83,7  
 80,8.
- VII. 2971,2 68,9 59,1 57,1 55,1 53,2 52,1 51,0 49,5 48,1 45,4 43,1 38,7  
 36,8 34,1 32,8 30,8 29,9 28,0 26,7 25,0 23,9 22,2 19,1 18,0 16,7  
 15,0 14,2 12,9 11,3 09,6 06,2 04,2 02,5 2899,7 97,6 93,9 91,6 89,5  
 87,1 84,1 82,1 80,5 77,1 74,4 69,5 66,9 63,7 58,9 56,4 55,2 53,0  
 51,8 50,3 49,0 47,5 45,6 43,8 40,4 39,1 38,0 36,9 34,2 33,1 31,7  
 30,1 28,4 26,5 25,2 24,0 22,4 20,5 17,7 15,0 13,5 07,2 05,0 03,7  
 2792,2 91,4 89,0 87,1 84,5 82,0 78,8 77,0 76,0 74,2 73,2 68,0 66,1  
 63,5 59,9 58,3 57,1 55,9 54,3 52,8 50,1 48,8 48,4 46,9 43,9 42,7  
 42,0 40,7 39,3 38,6 35,8 32,9 30,0 28,5 23,5 21,2 18,0 15,0.



VIII. 2710,4 08,0 06,8 06,1 05,0 01,9 2699,0 96,1 94,9 93,0 91,1 88,8  
86,9 84,6 82,1 80,1 77,9 75,8 74,2 71,1 69,7 67,7 64,8 62,0 59,4  
57,5 56,0 53,8 53,0 50,6 48,4 47,2 45,7 43,0 40,4 38,2 34,6 32,8  
29,9 26,9 23,8 21,7 20,1 18,9 14,3 11,8 09,9 08,4 06,8 05,3 02,6  
01,4 2599,1 98,2 96,7 94,9 94,0 93,1 92,5 92,0 91,5 91,0 90,4 89,9  
89,0 88,1 87,2 86,8.

IX. 2584,1 82,8 81,7 80,0 79,8 78,2 77,0 75,9 74,3 73,1 71,8 70,7 69,0  
67,1 65,8 64,1 62,6 60,8 58,7 57,4 56,0 54,9 54,2 52,7 52,1 51,5  
50,1 49,1 48,4 47,9 45,9 44,7 43,7 41,2 39,1 37,4 35,0 32,9 31,6  
30,4 29,3 28,2 27,0 26,0 25,0 23,9 22,7 21,8 20,0 18,9 17,7 16,1  
15,8 14,9 12,4 10,7 10,0 08,7 07,7 06,5 04,4 02,7 00,1 2499,0 98,0  
97,0 96,0 94,0 92,7 91,8 90,3 89,1 87,8 86,8 84,2 83,8 86,9 80,9  
80,0 78,0 76,1 74,3 73,1 71,9 70,2 68,4 67,2 66,1.

X. 2465,4 64,8 63,9 63,2 62,2 61,4 60,7 59,6 58,7 57,8 56,6 55,4 54,2  
53,0 52,3 51,8 50,9 50,0 49,4 48,8 47,9 46,6 44,9 44,1 43,1 41,9  
41,1 40,4.

XI. 2438,9 38,1 37,3 35,8 34,9 34,1 33,0 32,4 31,1 30,0 29,0 27,5 25,6  
23,7 21,6 19,8 17,7 15,3 13,4 11,1 08,9 06,9 04,3 02,3 00,1 2397,3  
94,9 93,8 92,9 92,0 89,8 87,9 85,3 84,9 83,3 81,0 78,7 77,7 76,0  
73,9 72,4 71,0 69,9 68,9 68,3 67,9 67,5 67,1 66,7 66,3 65,8 65,1  
64,5 63,7 63,1 62,4 61,8 61,0 60,1 58,9 58,5 57,8 56,9.

XII. 2355,9 55,0 54,3 53,5 52,8 51,8 50,7 49,8 48,9 47,8 46,6 45,4 44,5  
43,0 41,8 40,3 39,8 37,9 36,9 35,9 34,0 31,6 31,0 29,3 28,1 26,8  
24,9 23,3 21,2 19,9 18,3 16,4 14,5 12,8 10,9 08,9 07,1 05,0 02,7  
00,8 2299,3 97,6 95,0 92,9 90,7 88,8 86,8 84,1 81,9 79,7 77,5 75,8  
73,1 70,9 68,7 66,5 64,3 62,1 59,9 57,7.

XIII. 2256,5 56,0 55,3 54,6 53,9 53,2 52,7 52,1 51,3 50,2 49,0 47,4 47,0  
45,5 44,9 43,5 42,4 41,2 40,0 38,6 37,3 36,6 35,5 34,4 33,7 32,9  
32,1 31,7 30,2 28,8 27,2 26,2 25,7 25,1 23,9 22,7 22,0 21,1 20,4  
18,8 17,0 15,2 13,4 12,0 11,3.

XIV. 2210,0 09,0 08,0 07,2 06,4 05,3 04,2 03,2 02,2 01,0.

XV. 2199,9 97,2 95,4 94,2.

Halle a. S., 19. Januar 1901.

(Eingegangen 25. Januar 1901.)

**10. Ueber die Abhängigkeit der Absorption  
des Lichtes in festen Körpern von der Temperatur;  
von J. Koentigsberger.**

Die Abhängigkeit der Lichtabsorption in festen Körpern von der Temperatur kann, wie aus den im Folgenden angeführten Beobachtungen hervorgeht, durch zwei Regeln, eine für metallische und eine für nicht metallische Körper, ausgedrückt werden. Hier zeigt sich also das einfache Verhalten, das man bei der Aenderung des Brechungsindex durch die Temperatur vergeblich suchte. Daher dürfen wir vielleicht erwarten, dass die Erforschung dieser Erscheinungen die Hoffnungen verwirklicht, die Fizeau<sup>1)</sup> und andere auf das Studium der Veränderlichkeit des Brechungsexponenten setzten. Gerade die Anwendung der für die Lichtabsorption geltenden Regel ermöglicht das verwickeltere Verhalten des Brechungsindex nichtmetallischer Körper vorauszusagen, wenn man eine der elektromagnetischen Dispersionstheorien, wie sie Helmholtz und Hr. Drude aufgestellt haben, zu Hülfe nimmt. Ausserdem geben uns die beiden Regeln Anhaltspunkte, um die Emission fester nicht schwarzer Körper bei Anwendung des Kirchhoffschen Gesetzes theoretisch zu bestimmen, und erlauben demnach den Gültigkeitsbereich dieses Gesetzes festzustellen. Die Widersprüche, welche die beiden Regeln scheinbar gegenüber bekannten Erscheinungen zeigen, lassen sich auflösen.

Um die Lichtabsorption zu messen, habe ich drei photometrische Anordnungen benutzt. Diese hatten erstens der Bedingung zu genügen, dass Photometer und Apparat zur Herstellung einfarbigen Lichtes getrennt sind. Bei den neueren zur Absorptionsmessung bestimmten Photometern ist, um Licht-

1) Fizeau, Pogg. Ann. 123. p. 526. 1864.

verluste zu vermeiden, gerade das Gegenteil erstrebt worden. Das hat aber den Nachteil, dass man nicht mit ganz monochromatischem (Natriumflamme etc.) oder mit weissem Licht arbeiten, ferner nicht den Grad der Homogenität beliebig ändern und auch nicht in den Fällen, wo grosse Helligkeit erforderlich ist, Lichtfilter benutzen kann. Hierzu kommen noch infolge der Einschaltung des Prismas systematische Fehler, die auch bei der besten Construction, der von Hrn. A. König, vorhanden sind.<sup>1)</sup> Die zweite Bedingung war die, dass die zu vergleichenden Flächen möglichst klein genommen werden können; denn nur selten erhält man grössere homogene Stücke fester Substanzen, und die Inhomogenität ist bei Absorptionsmessungen sehr störend. Diese letztere Forderung wies auf die Anwendung des Mikroskopes hin. Am einfachsten war die Messung bei Anwendung polarisirten Lichtes und Benutzung eines planparallelen Kalkspathrhomboeders, wobei die zu vergleichenden Lichtbündel durch Verschiebung und nicht durch Neigungsänderung erhalten werden. Die erste Anordnung war eine dem Photometer von Glan analoge, wobei unter dem Kalkspat zwei Oeffnungen angebracht waren, deren beide innere senkrecht zu einander polarisirte Bilder verglichen wurden. Das Verschwinden der Trennungslinie für alle Farben wird durch geringe Drehung der Oeffnungen relativ zum Kalkspat erreicht.

Unter oder über dem Kalkspat befand sich ein auf einem Teilkreis drehbarer Glan-Thompson'scher Nicol. Der mittlere Fehler von acht Ablesungen beträgt etwa  $\pm 15' = 1,75$  Proc. der Intensität.

Bei der zweiten und dritten Anordnung, welche genauere und bequemere Messungen erlaubten, waren unter dem Kalkspat zwei Oeffnungen so nahe bei einander angebracht worden, dass bei der Beobachtung durch ein auf die Oeffnungen eingestelltes Mikroskop mit etwa 20 maliger Vergrösserung die beiden mittleren Bilder sich teilweise überlagern. Sind an dieser Stelle gleiche Teile senkrecht zu einander polarisirten Lichtes vorhanden, so werden Interferenzerscheinungen, die nur in polarisirtem Licht vorhanden sind, ausbleiben, also z. B. die Ringe einer Kalkspatplatte  $\perp$  Axe oder die Streifen einer

1) Vgl. J. Ehlers, N. J. f. Min. Beilagebd. 11. p. 268. 1897.

Savart'schen Platte nicht sichtbar sein. Das Intensitätsverhältnis der beiden Anteile polarisirten Lichtes wird durch Drehen eines Nicols unter dem Kalkspat oder durch Einschieben geächter Rauchglaskeile, welche durch Aufkitten eines durchsichtigen Glaskeiles optisch compensirt sind, geändert. Die empfindliche Platte muss über dem Objectiv des Mikroskopes eingelegt werden. Als Ocular dient ein 7 mal vergrößerndes Fernrohr mit Ramsdenocular, in dessen Brennebene alles Licht bis auf das von den sich überdeckenden Teilen beider Oeffnungen kommende ausgeblendet wird. Die Genauigkeit des Mittelwertes der Beobachtungen beträgt bei zweimaliger Ablesung in allen vier Quadranten oder bei vier Ablesungen mit Rauchglaskeil etwa 0,4 Proc. Diese Empfindlichkeit wurde durch Anbringen einer Deckglasplatte an je einer Hälfte der beiden Oeffnung, wodurch eine dem Contrast bei dem Lummer-Brodhun'schen Photometer analoge Erscheinung zu stande kommt, auf das Doppelte gesteigert. Eine eingehendere Beschreibung eines in dieser verbesserten Anordnung von Hrn. Mechaniker Stoë in Heidelberg nach Angaben des Verf. construirten Photometers soll nächstens veröffentlicht werden. — Zur Beleuchtung wurden monochromatische Flammen (Bunsenbrenner mit Natriumcarbonatperle etc.), Acetylen- oder Auerlicht, das durch einen besonders construirten Spectralapparat<sup>1)</sup> zerlegt oder durch Farbenfilter, deren Wellenlängenschwerpunkt bestimmt wurde, gereinigt war, je nach Bedürfnis verwandt.

Die Messungen über die Abhängigkeit der Absorption von der Temperatur erstrecken sich auf ein Temperaturintervall von 10—360° und weitere bei hohen Temperaturen angestellte qualitative Beobachtungen erlauben den Schluss, dass die für das obige Intervall erhaltene Regel auch für höhere Temperaturen gilt.

Die untersuchte Substanz wurde in einem Luftbad erhitzt, konnte also nicht in das Photometer eingeschoben werden. Deshalb wurde ihr Bild mit einer Linse auf die eine Blendenoöffnung so projicirt, dass diese nur Licht empfing, das durch die Platte gegangen war. Die Messungen wurden bei auf- wie

1) J. Koenigsberger, Habilitationsschrift p. 17. Leipzig 1900.

bei absteigender Temperatur des Luftbades vorgenommen. Letzteres bestand aus einem viereckigen schmalen Messingkasten, an dessen Längsseiten in Oeffnungen runde Deckgläser mit Asbest eingedichtet werden konnten. Von oben wurde ein Thermometer und eine die zu untersuchende Substanz festhaltende justirbare Messingklemme in den Kasten eingesenkt. Die ganze Vorrichtung wurde mit einem etwas grösseren Kasten aus Eisenblech, an dessen Längsseiten ebenfalls zwei Fenster ausgeschnitten waren, bedeckt und von unten durch eine Reihe kleiner Bunsenschnittbrenner erwärmt. Um die Temperatur einwandfrei festzustellen wurden in den Plattenhalter kleine Glasröhren mit Substanzen von genau ermitteltem Schmelzpunkt befestigt und mit diesen wurde das Thermometer im Luftbade geaicht. Diese Projectionsphotometrie erfordert vor allem eine unveränderliche Aufstellung des gesamten Apparates und ausserdem ein etwas mühsames Aufsuchen der geeignetsten Lage der Lichtquelle, ist aber sonst vollkommen zuverlässig. Bei den Versuchen wurde stets darauf geachtet, ob die untersuchte Substanz an der Oberfläche oder im Innern eine chemische Veränderung zeigte; nur die Resultate wurden verwertet, bei denen die Differenzen der Beobachtung bei aufsteigender und abnehmender Temperatur innerhalb der Beobachtungsfehler des Photometers liegen. Aus diesem Grunde musste ich auch von der Untersuchung krystallwasserhaltiger Salze absehen.

#### Beobachtungen.

Im Folgenden bedeutet  $\lambda$  die Wellenlänge des Lichtes,  $d$  das Verhältniss der Intensität des durch die Platte gegangenen zum auffallenden Licht,  $\alpha$  den Extinctionscoefficienten.

Bezeichnet  $J'$  die nach Elimination des Reflexionsverlustes erhaltene Intensität des durch die Platte gegangenen Lichtes, so erhält man die Beziehung  $J' = J \cdot e^{-4\pi\alpha d}$ , wobei  $J$  die Intensität des auffallenden Lichtes,  $d$  die Schichtdicke des absorbirenden Mediums ist.

Die untersuchten Flintglassorten verdanke ich mit Angabe der chemischen Zusammensetzung und der Brechungsindices dem Glaswerk von Schott u. Gen. in Jena.

Schweres Flintglas (S. 227).

79 PbO; 20,9 SiO<sub>2</sub>; 0,1 As<sub>2</sub>O<sub>3</sub>. $n_D = 1,9193$ ;  $n_D - n_G = 0,0119$ ;  $n_F - n_D = 0,0315$ .

Dicke der Platte: 6,4 mm.

Bei Zimmertemperatur:

$\lambda$	$d$	$\alpha \cdot 10^3$
0,63	0,802	0,01
0,59	0,805	0,30
0,50	0,780	4,45
0,46	0,750	8,20

$\lambda$	Werte von $\alpha \cdot 10^3$ bei						
	15°	100°	150°	200°	250°	300°	360°
0,59	0,30	—	—	0,320	—	0,445	0,542
0,50	4,45	6,85	8,05	11,05	13,7	18,0	23,8
0,46	8,20	12,6	14,8	18,0	24,7	37,7	47,5

Der Wert des Extinctionscoefficienten steigt demnach für alle Farben, am stärksten da, wo die Absorption am grössten ist.

Schweres Flintglas (S. 217).

79 PbO; 20,9 SiO<sub>2</sub>; 0,1 As<sub>2</sub>O<sub>3</sub>. $n_D = 1,9025$ ;  $n_D - n_G = 0,0114$ ;  $n_F - n_D = 0,0299$ .

Dicke der Platte: 6,4 mm.

Bei Zimmertemperatur:

$\lambda$	$d$	$\alpha \cdot 10^3$
0,63	0,825	0
0,46	0,807	0,18

$\lambda$	Werte von $\alpha \cdot 10^3$ bei						
	15°	100°	150°	200°	250°	300°	360°
0,46	0,18	0,20	0,27	0,40	0,69	0,99	1,88

Für  $\lambda = 0,63$  und  $\lambda = 0,59$  war keine Aenderung der Absorption zu bemerken.



Flintglas (0,1606).

67,5 PbO; 3,0 K<sub>2</sub>O; 29,2 SiO<sub>2</sub>; 0,8 As<sub>2</sub>O<sub>3</sub>.

$n_D = 1,7469$ ;  $n_D - n_C = 0,0075$ ;  $n_F - n_D = 0,0193$ .

Dicke der Platte: 6,4 mm.

$\lambda$	$d$	$\alpha$
0,63	86,7	0
0,46	85,0	0,06

$\lambda$	Werte von $\alpha \cdot 10^3$ bei				
	15°	100°	200°	300°	360°
0,46	0,06	0,23	0,35	0,57	0,92

Alle drei Flintgläser zeigen demnach eine starke Absorptionszunahme mit steigender Temperatur; diese Erscheinung ist schon bei der Messung der Aenderung des Brechungsindex von Hrn. Pulfrich<sup>1)</sup> und später von Hrn. Reed<sup>2)</sup> bemerkt worden.

Hier sei nur darauf aufmerksam gemacht, dass die Absorptionszunahme mit der Grösse des Brechungsindex und der Grösse der Zunahme desselben parallel geht. Wahrscheinlich ist es ein in den verschiedenen Glassorten in verschiedener Menge enthaltenes Bleisilicat, welches durch ein Gebiet selectiver Absorption im Ultraviolett jene Erscheinungen bedingt.

Silberoxydglas.

(Durch Silberoxyd gelb gefärbtes Crown Glas. Das Silberoxyd ist in geringer Menge im Glase enthalten, sodass es nur die Absorption, aber nicht die Brechung beeinflusst.)

Dicke der Platte: 0,765 mm.

$n_D = 1,5225$ .

$\lambda$	$d$	$\alpha$
0,63	0,730	0,237
0,59	0,614	0,416
0,50	0,340	1,09

1) C. Pulfrich, Wied. Ann. 45. p. 609. 1882.

2) J. O. Reed, Wied. Ann. 65. p. 707. 1898.

$\lambda$	Werte von $\alpha$ bei			
	15°	150°	300°	360°
0,63	0,237	—	—	0,293
0,59	0,416	—	0,503	0,558
0,50	1,09	1,14	1,23	1,27

Die Absorption nimmt demnach mit steigender Temperatur zu und zwar am stärksten da, wo die Absorption am grössten ist.

#### Kaliumbichromat.

$K_2Cr_2O_7$ ; Spaltungsgstück. Die Absorption ist für die beiden Schwingungsrichtungen nicht wesentlich verschieden.

(Diese Substanz eignet sich gut für eine derartige Messung, weil man sie ziemlich hoch, bis 280°, erhitzen kann, ohne dass sie eine Veränderung erleidet. Schon mit dem Auge kann man erkennen, wie eine dünne hellgelbe Platte bei 250° tiefrot wird; umgekehrt entfärbt sie sich bei tiefen Temperaturen.)

Dicke der Platte: 0,568 mm.

$$n_D = 1,73.$$

Bei Zimmertemperatur:

$\lambda$	$d$	$\alpha$
0,589	66,8	0,319

$\lambda$	Werte von $\alpha$ bei							
	10°	70°	100°	120°	150°	160°	200°	250°
589	0,317	0,765	1,05	1,20	1,62	2,00	2,67	3,48

Die Aenderung der Absorption ist so stark, dass man photometrisch die Temperatur zwischen 100 und 200° auf  $\pm \frac{1}{2}^\circ$  genau bestimmen könnte.

Ferner wurden Versuche an *Selen* und *Brookit* angestellt.

*Selen* bietet als Element besonderes Interesse. Die glasartige rote Modification erhält man nur schwer in genügend dünnen Schichten. Leider verändern sich diese beim Erhitzen an der Oberfläche und häufig auch im Innern durch Umwandlung in eine undurchsichtige Substanz so rasch, dass genaue Messungen unmöglich sind. Eine starke Zunahme der Ab-

sorption mit steigender Temperatur, die bei der Abkühlung wieder zurückging, konnte mit Sicherheit festgestellt werden. *Brookit* findet sich selten in klaren Krystallen; bei den mir gehörenden war nur qualitativ die starke Absorptionszunahme zu beobachten.

Die obigen Versuche zeigen, dass rote, braune, gelbe Körper, also solche die selective Absorption im Ultraviolett zeigen, eine Zunahme und Ausbreitung der Absorption mit steigender Temperatur erfahren. Hierdurch erklären sich die lange bekannten Thatsachen, dass Brom, Schwefel, Kaliumbichromat u. a. bei tiefen Temperaturen heller und schliesslich farblos werden. Auch die von Hrn. J. Kastle neuerdings<sup>1)</sup> angestellten Versuch über die Einwirkung tiefer Temperaturen auf die Farbe von Brom- und Jodverbindungen dürften durch die obige Regel erklärt werden.<sup>2)</sup>

Sehr viel geringer ist die Zahl von Substanzen, die grün oder blau aussehen, und es ist eine merkwürdige, aber durch die Dispersionsmessungen bestätigte Thatsache, dass Substanzen mit *Eigenabsorption*<sup>3)</sup> im Rot oder im Ultrarot in der Nähe des sichtbaren Spectrums äusserst selten sind. Da aber Stellen schwacher Absorption durch geringe Mengen von Substanzen mit selectiver metallischer Absorption hervorgerufen sind und demnach qualitativ sich von letzterer nicht unterscheiden, so konnten für diese Versuche alle grünen und blauen Substanzen, obgleich sie keine Eigenabsorption besitzen, herangezogen werden.

Blaue und grüne Gläser, sowie grün gefärbte Silicate wie Klinochlor, Diopsid etc. wurden untersucht.

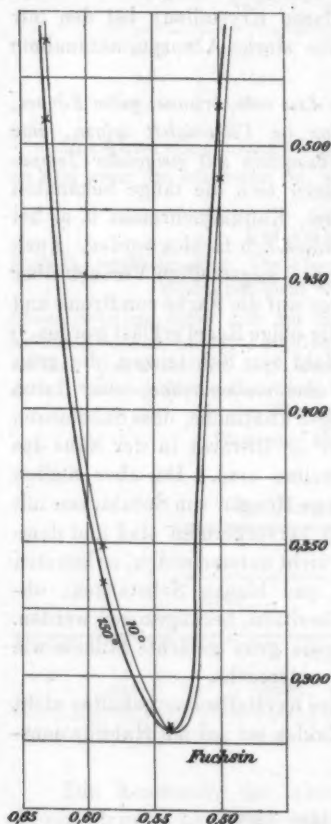
Metallsalze konnten wegen des Krystallwassergehaltes nicht erhitzt werden. Bezüglich der Zahlen sei auf die Habilitationsschrift verwiesen.

1) J. H. Kastle, Beibl. 24. p. 1286. 1900.

2) Auch die Lösungen solcher Substanzen zeigen mit steigender Temperatur eine Absorptionszunahme, so z. B. Lösungen von Eisenchlorid, chromsauren Salzen, Titanperoxyd etc. Bei colorimetrischen Bestimmungen von Chrom und Titan ist deshalb Temperaturgleichheit beider Gefässe erforderlich.

3) Die einzige derartige Substanz dürfte Wasser sein; alle übrigen grün oder blau gefärbten festen oder flüssigen Körper haben, wie aus dem Verhalten des Brechungsindex hervorgeht, keine metallische Eigenabsorption im Ultrarot, die für das sichtbare Gebiet in Betracht käme; es überwiegt vielmehr bei allen der Einfluss der Absorption im Ultraviolett.

Es ergab sich, dass für blaue und grüne Körper die Absorption mit steigender Temperatur abnimmt. Die eben erwähnte



Thatsache in Verbindung mit der für Substanzen mit Absorption im Ultraviolett gefundenen Regel liess vermuten, dass eine Verschiebung der Stelle selectiver Absorption nach grösseren Wellenlängen hin die Ursache dieser Erscheinungen sei. Um dies zu prüfen und festzustellen, ob gleichzeitig eine Verbreiterung der Absorptionsbanden eintritt, wurde die Absorption von festem Fuchsin gemessen. Die Herstellung von je zwei gleichmässigen dünnen Schichten gelingt mit einiger Uebung nach dem von Hrn. Pflüger<sup>1)</sup> angegebenen Verfahren. Die Beobachtungen bieten indes wegen der starken Absorption ziemlich grosse Schwierigkeiten; auch ist das Temperaturintervall eng begrenzt, weil das Fuchsin über 180° sich zersetzt. Hier erwies sich die Empfindlichkeit der dritten photometrischen Anordnung als sehr nützlich.

$\lambda$	Werte von $d$ bei			
	10°	100°	130°	150°
0,63	0,540	0,528	0,520	0,510
0,59	0,347	0,342	0,334	0,336
0,54	0,282	0,285	0,283	0,280
0,50	0,488	0,495	0,505	0,513

1) A. Pflüger, Wied. Ann. 65. p. 41. 1898.

Das Minimum der Absorption des Fuchsin liegt bei 0,54; vom Maximum nach grösseren Wellenlängen zu nimmt die Absorption mit steigender Temperatur zu, nach kleineren wenn auch in geringerem Maasse ab; im Maximum selbst scheint die Zu- oder Abnahme innerhalb der Beobachtungsfehler zu liegen. Demnach findet wirklich eine Verschiebung der Absorptionscurve nach grösseren Wellenlängen hin statt; eine Ausdehnung des Absorptionsgebietes oder eine Verstärkung desselben ist anscheinend nicht vorhanden.

Eine Bestätigung bietet ferner das Verhalten des Aktinolith. Dieser hat ein Absorptionsmaximum im Ultrarot und eins im Ultraviolett, muss also bei steigender Temperatur im Rot eine Abnahme, im Blau eine Zunahme der Absorption zeigen.

Aktinolith.

Dicke der Platte: 1,01 mm.  $n_D = 1,620$ .

$\lambda$	Werte von $d$ bei				
	15°	100°	200°	300°	350°
0,63	0,438	0,445	0,455	0,464	0,470
0,46	0,500	0,491	0,478	0,470	0,460

Es sind nur Werte von  $d$  angegeben, weil der Strahlstein nicht ganz gleichmässig gefärbt, also die Dicke der eigentlich wirksamen Schicht unbekannt war. Die Ergebnisse, welche sich ja nur auf die Aenderung der Absorption mit der Temperatur beziehen, werden dadurch nicht beeinträchtigt.

Aus diesen Versuchen ergibt sich folgende Regel:

*In festen selectiv absorbirenden Körpern bewirkt steigende Temperatur eine Verschiebung der Absorptionscurven nach grösseren Wellenlängen und in einzelnen Fällen gleichzeitig eine geringe Ausdehnung des Absorptionsgebietes. Die Grösse der maximalen Absorption ändert sich anscheinend nicht.*

Hierbei ist, was bei festen Körpern gestattet, die Dichteänderung vernachlässigt worden.

Derselbe Satz gilt, wie weitere Beobachtungen ergaben, auch für Flüssigkeiten und für die Absorptionsbanden absorbiren-

der Gase, wie Brom, Stickstoffperoxyd<sup>1)</sup> etc. im sichtbaren Gebiet. Hr. Paschen<sup>2)</sup> hat bereits früher beobachtet, dass die *Banden* selectiver Emission (bez. Absorption) von Kohlensäure und Wasserdampf ebenfalls mit steigender Temperatur nach grösseren Wellenlängen wandern. So verschiebt sich das Maximum der Emission der Kohlensäure bei  $4,75 \mu$  durch eine Temperaturerhöhung von 100 auf  $580^\circ$  um  $0,06 \mu$ , was auch in der Grössenordnung der Aenderung bei festen Körpern entspricht.

Die hier aufgestellte Regel steht anscheinend im Widerspruch mit zwei Gruppen von Thatsachen.

Erstens ist die Lage von Spectrallinien (Absorptions- und Emissionslinien) *von der Temperatur vollkommen unabhängig*. Dies gilt nicht nur für Gase, sondern auch für die *Absorptionslinien fester Körper*. Der Verf. untersuchte Cer- und Didymglas und fand, dass die scharfen Absorptionsstreifen von  $10-500^\circ$  dieselbe Lage im Spectrum behalten; und da Absorptions- und Emissionslinien dieser Verbindung übereinstimmen, so folgt, dass eine Beeinflussung durch die Temperatur nicht vorhanden sein kann.

Demnach besteht zwischen *Absorptionslinien* und *Absorptionsbanden* in dieser Hinsicht ein Unterschied.

Ogleich aber die Lage der Spectrallinien unabhängig von der Temperatur ist, gilt dies nicht mehr für die *Intensität* der Absorptionslinien. Lässt man die Dichte des in eine Glas- kugel eingeschlossenen Stickstoffperoxyd oder Chlor *ungeändert*, und erhitzt allmählich, so treten immer mehr Absorptionslinien im Gelb und Rot auf, wie auch schon Brewster zeigte. Die Zunahme der Temperatur begünstigt also offenbar die Entstehung von Zuständen, die langwellige Schwingungen zur Folge haben. Folgt man der Annahme von Hrn. Wüllner, dass das Bandenspectrum die Gesamtheit der infolge grösserer Dichte verbreiterten Linienspectra ist, und nimmt ferner an, dass die

1) Auch die Farbenänderung des Stickstoffperoxydes (bei  $-10^\circ$  farblose Krystalle und bei  $200^\circ$  braunschwarzer Dampf) ist auf die obige Regel zurückzuführen und wahrscheinlich *nicht* auf den Zerfall von  $N_2O_4$  in  $NO_2$ ; denn letztere beiden Verbindungen müssen bei *gleicher* Temperatur nahezu gleiche Absorption zeigen, vgl. l. c. p. 21.

2) F. Paschen, Wied. Ann. 50. p. 409. 1893.



Stellen selectiver Absorption in festen und flüssigen Körpern nichts anderes als die Gesamtheit stärker ausgeglichener Bandenspectra sind, so lässt sich der Zusammenhang zwischen der Intensitätszunahme der Absorptionslinien, welche vom Maximum aus gerechnet nach grösseren Wellenlängen liegen und der Wanderung des Gebietes selectiver Absorption nach derselben Richtung leicht einsehen.

Vergleichen wir zweitens den Gang der Emission mit dem der Absorption bei steigender Temperatur, so zeigt sich, dass beide entgegengesetzt sind. Ein Widerspruch mit dem Kirchhoff'schen Gesetz ist darin noch nicht zu finden, denn es kann gleichwohl die Emission der Absorption bei gleicher Temperatur entsprechen. Aber es folgt daraus, dass der Gang der Emission für einen nicht vollkommen schwarzen Körper auch innerhalb seines Absorptionsgebietes den Strahlungsgesetzen des schwarzen Körpers auch nicht qualitativ gehorchen kann. Bei der Beobachtung der Emissionsintensität von Spectrallinien werden also beide Erscheinungen sich übereinanderlagern und teilweise auch verdecken können; denn während die Steigerung der Temperatur stets eine Vermehrung der Emission hervorrufen muss, wird sie gleichzeitig noch die Möglichkeit bestimmte Schwingungen auszusenden vermehren oder vermindern können.

Beschränkt man sich auf feste Körper, so ergibt das Kirchhoff'sche Gesetz in Verbindung mit der obigen Regel für die Emission selectiv absorbirender Substanzen im sichtbaren Spectrum folgendes:

1. Substanzen, deren Absorptionsgebiete sehr weit vom sichtbaren Spectrum im Ultraviolett und Ultrarot liegen, können beim Erhitzen kein Licht emittiren, so z. B. Fluorit, Quarz. Um dies zu prüfen, wurden ganz reine Quarzstückchen in die Gebläseflamme gebracht; dieselben entsandten kein Licht; die in ihnen stellenweise sichtbaren stark glühenden Punkte sind offenbar Einschlüsse. Ebenso verhält sich der Quarz im äusseren Teil des Knallgasgebläses.

Bringt man ihn aber an die heisseste Stelle, wo er zu amorphem Quarz schmilzt, so emittirt er ein äusserst intensives Licht, welches dem des schmelzenden Platins an dieser Stelle nicht nachsteht; dasselbe Verhalten zeigt der durch-

sichtige Zirkon. Wahrscheinlich ist chemische Zersetzung die Ursache dieses Leuchtens, welches ganz plötzlich ohne Uebergang einsetzt.

2. Substanzen, deren *Absorptionsgebiet nahe im Ultraviolett liegt*, werden beim Erhitzen erst rotes und gelbes und schliesslich weisses Licht emittiren, da mit steigender Temperatur die Absorption sich auf das sichtbare Spectrum erstreckt; dies liess sich am Rutil in der Gebläseflamme feststellen.<sup>1)</sup>

3. Substanzen, deren *Absorptionsgebiet nahe im Ultrarot liegt*, müssten sich wie vollkommen durchsichtige verhalten. Solche erhitzbare<sup>2)</sup> Substanzen, die nahe im Ultrarot metallische Absorption zeigen, sind nicht bekannt.<sup>3)</sup>

Die vom Verf. gefundene Regel erlaubt ferner auf Grund der elektromagnetischen Dispersionstheorien die *Änderungen des Brechungsindex fester Körper mit der Temperatur* zu erklären, wenn man noch die Annahme zu Hülfe nimmt, dass die Dielektricitätsconstante mit steigender Temperatur stets abnimmt, was für flüssige Isolatoren durch viele Untersuchungen festgestellt worden ist.

Man hat dann folgende Fälle zu unterscheiden:

1. Das Absorptionsgebiet liegt vom sichtbaren Spectrum aus gerechnet nach kürzeren Wellenlängen, also im Ultraviolett. Liegt das Absorptionsgebiet *nahe im Anfang des Ultraviolett*, so überwiegt die infolge Annäherung des Absorptionsgebietes erfolgende Zunahme der Brechung die Abnahme derselben infolge Verringerung der Dielektricitätsconstante, und man bemerkt eine *Vergrösserung der Brechung* und gleichzeitig aus demselben Grunde eine *Steigerung der Dispersion*. Dieser Fall ist zuerst von Hrn. Pulfrich<sup>4)</sup> an Flintgläsern beobachtet und durch Verstärkung der Absorption erklärt worden. Dasselbe Verhalten zeigen alle Körper mit selectiver Absorption im Ultra-

1) Dasselbe findet auch bei allen Gläsern statt; indes müssen hier erst Absorptionsmessungen bei Temperaturen über 500° angestellt werden, um zu unterscheiden, ob die Ausbreitung des ultravioletten Absorptionsgebietes oder ein anderer Vorgang die Ursache ist; der Unterschied der Emission des leicht- und schwerschmelzbaren Glases spricht für letzteres.

2) Die organischen Farbstoffe vertragen keine Erhitzung.

3) Vgl. p. 803.

4) C. Pulfrich, Wied. Ann. 45. p. 609. 1872.

violett wie Phosphor, Schwefel etc., die auch alle schwach gelb gefärbt sind. Weit geringer ist die Zunahme der Brechung bei der grossen Zahl farbloser Substanzen, deren Absorptionsgebiet schon weiter entfernt ist, wie bei Kalkspat, den Feldspäten und der Crowngläser und vielen anderen Substanzen.<sup>1)</sup> Bei den Crowngläsern findet im Gelb und Rot bereits eine schwache Abnahme statt, weil hier die Abnahme der Dielektricitätsconstante einen stärkeren Einfluss als die Verschiebung des entfernten Absorptionsgebietes hat. Diese Substanzen bilden den Uebergang zu denjenigen, bei welchen das Absorptionsgebiet noch weiter entfernt liegt. Bei diesen ist der Einfluss der Verringerung der Dielektricitätsconstante in allen Theilen des Spectrums vorwiegend; aber auch hier kann die durch Annäherung des Absorptionsgebietes erhöhte Dispersion durch die kleine Verminderung der Dielektricitätsconstante nicht aufgehoben werden, und man beobachtet deshalb zwar *Abnahme der Brechung*, aber doch *Zunahme der Dispersion*. Zu diesen Substanzen gehören alle, die noch im Anfang des Ultraviolett durchlässig sind, wie Fluorit, Quarz, Steinsalz, Sylvin. Hr. Reed<sup>2)</sup> hat in der That bei Quarz und Fluorit das angegebene Verhalten gefunden.

2. Feste Körper, deren *den Brechungsindex beeinflussendes Absorptionsgebiet nach grösseren Wellenlängen liegt*. Hierfür sind Beispiele im sichtbaren Gebiet einige Anilinfarbstoffe und vielleicht auch Eis. Bei diesen entfernt sich mit steigender Temperatur das Absorptionsgebiet, und es müsste *Abnahme der Brechung*, falls der Einfluss der Dielektricitätsconstante überwiegt, sonst aber *Zunahme* derselben eintreten, und in beiden Fällen jedenfalls als charakteristischer Unterschied von 1. *Abnahme der Dispersion*. Eine Prüfung dieser Folgerung ist noch nicht erfolgt.

#### Abhängigkeit der Absorption der Metalle von der Temperatur.

Mit derselben Versuchsanordnung wurde die Absorption und Reflexion von Metallschichten untersucht (Gold nach dem Verfahren von Wernicke niedergeschlagen und Goldlösung

1) Vgl. Literatur bei H. Landolt u. R. Börnstein, Tabellen p. 415 ff. 1894.

2) J. Reed, Wied. Ann. 65. p. 707. 1898.

von Roessler eingebrannt, Silber nach Böttger und Wiener, Platin nach Kundt und Roessler, Eisen, Nickel, Kupfer nach Kundt elektrolytisch niedergeschlagen); von den drei ersten wurden Schichten von ganz verschiedener Dicke untersucht. Platin aus der Roessler'schen Lösung auf Glas eingebrannt wurde bis  $800^{\circ}$  erhitzt. Es zeigte sich, dass weder Absorption noch Reflexion von der Temperatur abhängen. Die durch die Ausdehnung bedingte Absorptionsverminderung beträgt bei  $360^{\circ}$  erst  $\frac{1}{1000}$ , was gerade in die Fehlergrenzen fällt.

#### Zusammenfassung.

*In festen selectiv absorbirenden Körpern bewirkt steigende Temperatur eine Verschiebung der Absorptionscurven nach grösseren Wellenlängen und in einzelnen Fällen gleichzeitig eine geringe Ausdehnung des Absorptionsgebietes; die Grösse der maximalen Absorption ändert sich anscheinend nicht.*

*Bei metallisch absorbirenden Substanzen bleibt die Absorption in einem Temperaturintervall von  $10-360^{\circ}$  (für Platin bis  $800^{\circ}$ ) ungeändert.*

Freiburg i. B., Physikalisches Institut.

(Eingegangen 22. Januar 1901.)

**11. Ueber den Einfluss  
eines selbstinductionslosen Widerstandes auf die  
oscillatorische Condensatorentladung;  
von T. Mizuno.**

Die Gleichung für den Entladungsstrom eines Condensators von der Capacität  $C$  in einem Draht vom Widerstand  $R$  und der Selbstinduction  $L$  ist bekanntlich folgende (vgl. auch Fig. 1):

$$(1) \quad \frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{di}{dt} + \frac{i}{LC} = 0.$$

Wenn

$$(2) \quad R^2 < \frac{4L}{C},$$

so ist der Entladungsstrom oscillirend und seine Stärke in einem Zeitmoment

$$(3) \quad i = \frac{Q}{LC \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}} e^{-\frac{R}{2L}t} \sin \left[ \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} \cdot t \right],$$

wo  $Q$  die Anfangsladung des Condensators ist.

Im Folgenden soll der Einfluss eines dem Stromkreise parallelgeschalteten inductionsfreien Widerstandes  $S$  (Fig. 2) untersucht werden.

Die Differentialgleichungen sind hier folgende:

$$(4) \quad S i_2 = \frac{q}{C}.$$

$$(5) \quad R i_1 + L \frac{di_1}{dt} = \frac{q}{C},$$

$$(6) \quad i_1 + i_2 = -\frac{dq}{dt}.$$

Hier bedeuten  $i_1$  und  $i_2$  die Stromstärken,  $q$  die Condensatorladung im Zeitmoment  $t$ .

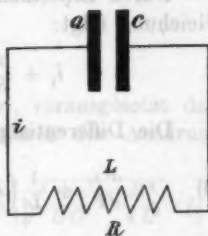


Fig. 1.



Fig. 2.

Der Index 1 bezieht sich auf den Stromkreis mit, 2 auf den ohne Selbstinduction.

Durch Differentiation von (5) erhalten wir:

$$(7) \quad R \frac{d i_1}{d t} + L \frac{d^2 i_1}{d t^2} - \frac{1}{C} \frac{d q}{d t} = 0.$$

Von (4) und (6) wiederum:

$$i_1 + \frac{q}{S C} = - \frac{d q}{d t}.$$

Durch Einsetzung des Wertes  $q$  aus (5) in diese letztere Gleichung folgt:

$$i_1 + \frac{1}{S} \left( R i_1 + L \frac{d i_1}{d t} \right) = - \frac{d q}{d t}.$$

Die Differentialgleichung (7) erhält so endlich die Form:

$$(8) \quad \frac{d^2 i_1}{d t^2} + \frac{1}{L} \left( R + \frac{L}{S C} \right) \frac{d i_1}{d t} + \frac{i_1}{L C \left( \frac{S}{R + S} \right)} = 0.$$

Ein Vergleich mit Formel (1) zeigt, dass die Wirkung der Parallelschaltung des inductionslosen Widerstandes  $S$  gleichbedeutend ist mit einer scheinbaren Widerstandsvergrößerung und Capacitätsverkleinerung zu den Werten:

$$(9) \quad R' = R + \frac{L}{S C},$$

$$(10) \quad C' = C \frac{S}{R + S}.$$

Wird  $S$  unendlich gross, so reducirt sich Gleichung (8) auf (1). Es ergibt sich aus der Lösung der Differentialgleichung das interessante Resultat, dass, wenn auch die Entladung durch den inductiven Stromkreis allein ohne parallelgeschalteten Widerstand  $S$  oscillirend ist, dies nach Einschaltung des letzteren durchaus nicht mehr der Fall zu sein braucht. Damit Schwingungen eintreten, muss vielmehr der neuen Bedingung genügt sein:

$$(11) \quad R'^2 < \frac{4 L}{C'},$$



d. h.

$$\left(R + \frac{L}{SO}\right)^2 < \frac{4L}{C} \frac{S}{R+S},$$

d. h.

$$R^2 \left(1 + \frac{L}{SRO}\right)^2 < \frac{4L}{C} \left(1 + \frac{R}{S}\right),$$

d. h.

$$\frac{L^2}{S^2 C^2} < \left(\frac{4L}{C} - R^2\right) + \frac{2LR}{SO},$$

d. h.

$$(12) \quad EC^2 S^2 + 2LRCS > L^2,$$

wo

$$E = \frac{4L}{C} - R^2.$$

Die Stromstärke im Hauptkreise ist, vorausgesetzt dass die Ungleichung (12) besteht, gegeben durch den Ausdruck:

$$(13) \quad i_1 = \frac{Q}{LC' \sqrt{\frac{1}{LC'} - \frac{R'^2}{4L^2}}} e^{-\frac{R'}{2L}t} \sin \left[ \sqrt{\frac{1}{LC'} - \frac{R'^2}{4L^2}} \cdot t \right],$$

wo

$$Q = Q \frac{C'}{C},$$

$$R' = R + \frac{L}{SO},$$

und

$$C' = C \frac{S}{R+S}.$$

Aus (5) und (6) folgt dann auch die Stromstärke im Nebenschluss  $S$ , gleichfalls oscillirend.

Die obige Berechnung hat zu folgenden Resultaten geführt:

1. Die Nebenschaltung eines inductionslosen Widerstandes zu dem Hauptentladungskreis eines Condensators erhöht den scheinbaren Widerstand desselben und somit die Dämpfung der Oscillationen, und zwar um so mehr, je kleiner er ist.

2. Wenn der Widerstand  $S$  kleiner wird als der durch Ungleichung (12) gegebene Grenzwert, so wird die Entladung

aperiodisch. Die Einschaltung eines inductionsfreien Widerstandes ist also ein einfaches Mittel, die Periode der Entladung zu verändern.

3. In der beschriebenen Anordnung treten Entladungsschwingungen in einem Kreis ohne Selbstinduction auf. Bei gewöhnlicher Entladung durch inductionsfreie Widerstände ist dies nie der Fall.

Berlin, December 1900.

(Eingegangen 23. Januar 1901.)

## 12. Das Luftbarometer; von H. A. Naber.

Als historische Ergänzung zum Artikel von Wohlmill<sup>1)</sup> und zu der Beschreibung eines Luftbarometers von Fischer<sup>2)</sup> mögen mir folgende Bemerkungen gestattet sein.

Es giebt ein altes, noch jetzt gebrauchtes, ja gepriesenes, bei Glasfirmen käufliches Luftbarometer. Die Form ist stereotyp wie unten (vgl. Fig. 1).

Die höchst mangelhafte Construction, die Abwesenheit eines Thermometers deuten wohl auf ein hohes Alter; und



Fig. 1.



Fig. 2.

dazu kommt, dass man nirgends eine einzige Zeile diesem Instrumente gewidmet findet. Ist es vielleicht das von Francis Bacon genannte „vitrum calendare“? Oder ist es von ähnlicher Herkunft wie die „Florentiner Flasche“ (Fig. 2), die sich noch in chemischen Laboratorien vorfindet und dort als Karaffe benutzt wird?

Leider giebt unsere altholländische Literatur hier keine Anweisung; jedoch ein hohes Alter scheint mir unzweifelhaft, ist ja das Instrument von der Lampe des Cardanus (1550) oder von einer Trinkflasche für Vögel nur wenig verschieden; und folgen wir der Geschichte abgeschlossener Luftvolumina

1) E. Wohlmill, Pogg. Ann. 124. p. 163. 1865.

2) K. Fischer, Ann. d. Phys. 3. p. 428. 1900.

aufwärts, so kommen wir von Cooper auf Caswell, so auf Drebbel, dann auf Sanctorius, Heron, Ktesibius und endlich auf Archimedes, vielleicht auf Egypten; und dabei werden die Instrumente, im Widerspruch mit unserer Erwartung, immer bedeutender und enden mit einem Wunderwerke (ich behandle sie in vier Gruppen).

I. Archimedes, später Posidonius und andere<sup>1)</sup>, haben nämlich wunderbare Planetaria construiert, die man am besten autokinetisch nennen könnte, um den befürchteten Ausdruck „perpetuum mobile“ zu vermeiden. Von den Zeitgenossen wurden diese Apparate als wahre Wunderwerke beschrieben, ja besungen; es war nicht die schöne Ausführung, es waren nicht die bewegenden Teile: man bewunderte die *Ursache* der Bewegung, das Genie des Erfinders; Sextus Empiricus sagt es ausdrücklich.<sup>2)</sup> Und was den Erfinder betrifft, es kommt in Pappus eine Stelle vor<sup>3)</sup>, wo es heisst, dass Archimedes (neben seinen mathematischen Schriften) nur *eine* mechanische Erfindung beschrieben hat; diese war sein Planetarium; seine anderen zahlreichen Erfindungen habe er daneben für nichts geachtet.

Hat man nun die überall nachzuschlagenden Passus aus Cassiodor<sup>4)</sup>, Ovid<sup>5)</sup>, Cicero<sup>6)</sup> etc. gelesen und vergleicht

1) F. Hultsch, Zeitschrift f. Math. u. Physik p. 107. 1877: „Seit Archimedes galt diese Kunstfertigkeit als eine besondere Disciplin der Mechanik (vgl. Pappus, lib. 7 aus Proclus' Commentar zu Euclid, lib. I).“

2) Sext. Empir. adv. Mathem. p. 329B: τὰ γε μὴν αὐτομάτως κινούμενα τῶν κατασκευασμάτων θαυμαστότερα ἐστὶ τῶν μὴ τοιούτων. τὴν γοῦν Ἀρχιμήδειον σφαῖραν σφόδρα θεωροῦντες ἐκπληττόμεθα, ἐν ᾗ Ἡλῖός τε καὶ Σελήνη κινεῖται, καὶ τὰ λοιπὰ τῶν ἀστέρων, οὐ μὰ Δία ἐπὶ τοῖς ξύλοις οὐδ' ἐπὶ τῇ κινήσει τοιούτων τεθηπότες, ἀλλ' ἐπὶ τῷ τεχνίτῃ καὶ ταῖς κινούσαις αἰτίαις.

3) Lib. VIII, 3.

4) Lib. I var. ep. 45: „parva machina gravida mundo, coelum gestabile, compendium rerum, speculum naturae, ad speciem aetheris incredibili mobilitate volutatum.“

5) Fastorum VI, v. 271:

Ipsa volubilitas libratum sustinet orbem,  
... Arte Syracosio suspensus in aere clauso  
Stat globus, immensi parva figura poli.

6) Tusc. Disp. I, 25: „Cum Archimedes lunae, solis quinque errantium motus in sphaeram illigavit, effecit idem quod ille qui in Timaeo

dann „A dialogue philosophicall“ (1612) von Tymm<sup>1)</sup>, einem Freunde unseres Landesgenossen Drebbel, und den Brief des letzteren an Jacobus I., der mechanische Arbeiten zu schätzen wusste, so geht hervor, dass Drebbel ziemlich dasselbe geleistet hat. Und während die genannte Schrift von Tymm den „Mythus“ von Drebbel's Leistungen zur Wirklichkeit macht, erklärt sie uns auch die Anordnung von Archimedes und seine Folger; und wiewohl die letzteren ähnliche Instrumente wie Archimedes gemacht haben, werden sie von Drebbel mit ebensoviel Unglauben oder Herablassung erwähnt, wie unsere Zeit dem „Instrumentum Drebbelianum“ gegenüber zeigt.

Während also Schieck in einer dem Himmelsglobus des Archimedes gewidmeten Monographie<sup>2)</sup> denselben ein unauflösbares Rätsel nannte und F. Hultsch eine Erklärung zu geben suchte, die den obigen Citaten geradezu widerspricht<sup>3)</sup>, kommen wir mit Tymm's, also mit Drebbel's Hülfe zur folgenden, meines Erachtens unabweisbaren, und, wiewohl überraschenden, des Archimedischen Genies würdigen Lösung.

Archimedes hat eine hohle, unten geöffnete Kugel von grossem Diameter gemacht und sie in Wasser untergetaucht,

mundum aedificavit, Platonis deus, ut tarditate et celeritate dissimillimos motus una reget conversio. Quod si in hoc mundo fieri sine deo non potest, ne in sphaera quidem eodem motus Archimedes sine divino ingenio potuisset imitari.“

1) Ich fand diese kleine Schrift vor 6 Jahren im Brit. Museum zu London. Sie enthält ausserhalb der Beschreibung auch eine ziemlich deutliche Zeichnung des königlich aussehenden Instrumentes. Wohlmill (Pogg. Ann. 24. p. 163. 1865), der die Leistungen Drebbel's zu einem Mythus reducirt, hätte seinen Artikel in mancher Hinsicht ändern können, wäre er damit bekannt gewesen. Er hätte seine Vermutung: „Ist vielleicht Drebbel's Perpetuum mobile wirklich eine thermometerartige Vorrichtung gewesen?“ bejahen können und sodann nicht gesprochen von einem „letzten Schlupfwinkel Drebbel'scher Ansprüche“ und von einem „interessanten Beitrage zur Geschichte des modernen Mythus“.

2) Programm Gymn. Hanau 1843 u. 1846. Leider fehlen mir diese und andere in Engelmann's Bibl. Scriptorum Classicorum genannten kleineren Schriften.

3) F. Hultsch (l. c.) nimmt an, „dass der Himmelsglobus des Archimedes durch ein hydraulisches Werk getrieben worden sei; ... an Wasser, als Triebkraft des Kunstwerkes, fehlte es weder in Syracus noch später in Rom“. Wir sahen jedoch, dass z. B. Sextus Empiricus ein solches Kunstwerk nicht bewundert hätte.

das in einer noch grösseren Kugel oder Halbkugel enthalten war. Die Volumänderungen von der eingeschlossenen Luft<sup>1)</sup> (Druck und Temperatur) verursachten die Bewegung des Ganzen. In der inneren Kugel waren zweifach vergoldete Räder<sup>2)</sup>, die nicht der grossen Kraft des Archimedischen Auftriebes ausgesetzt waren, sondern nur den langsamen Veränderungen dieser Kraft und also von ausserordentlicher Feinheit sein konnten.<sup>3)</sup>

Nehmen wir nun diese Erklärung als richtig an, so wird auf einmal auch die enorme philosophische Bedeutung<sup>4)</sup> der Archimedischen „σφαίρα“ klar. Denn diese Kugel war offenbar ein Bild der Erde, schwimmend auf dem Weltmeere oder ruhend, während die innere Luft vom Wasser abgeschlossen war; sie besorgte die Bewegung des ganzen Kosmos, der also von Luft, Erde, Wasser, Feuer bewegt wurde (Drebbel) und

1) Dies stimmt mit den Worten des Claudianus, welche Schieck „unauflösbare Rätsel“ nannte:

„Inclusus variis famulatur spiritus astris  
Et vivum certis motibus urget opus.“

2) Diese Besonderheit bezieht sich auf das Drebbel'sche Instrument. Uebrigens hatte Archimedes in Hiero einen Maecenas wie Drebbel in Jacobus I.

3) Tymme sagt: „they cannot weare, and the lesse for that they are not forced by any poise or weight.“

4) Auch Drebbel betrachtete sein Instrument als eine Darstellung des Ganzen, oder sagte nur so, um die Bedeutung zu vergrössern. Tymme ist noch deutlicher und beweist mit dem Instrumente „that the Heavens move and not the earth“. Dieser Umstand schmälert das Verdienst Drebbel's, der anno 1612 Kopernikaner hätte sein sollen. Aber eine solche Bemerkung würde auch Archimedes treffen; sagen wir also, dass Drebbel sich als ein Vorläufer auf chemischem Gebiete zeigte und — wie unglaublich und anachronistisch es auch scheinen mag — Sauerstoff gekannt haben muss um damit seine Kugel zu füllen. Sagt doch, wie ich aus Wohlmill's Artikel ersehe, Robert de Fluctibus so etwas von Drebbel's „Spiritus secretus“, an den er (R. d. F.) nicht glaubt; aber auch Tymme sagt (l. c.), Drebbel habe „a fierie spirit, out of the mineral matter“ extrahirt; und aus der 1663 publicirten, mir nicht zugänglichen „Vogage d'Angleterre“ von Montconys soll, wie ich bei Samuel Reyher (1670) finde, folgendes hervorgehen: „Drebbelium quintam (ich cursivire) quasi aeris essentiam habuisse, qua omnem aerem respirationi idoneum reddere potuerit, Dr. Boyle et Dr. Montconys testantur.“



die ganze Anordnung war ein Bild des Weltalls<sup>1)</sup>, an dem Jupiter selbst Behagen fand. Sagt ja Claudianus im 18. Epigramm „In sphaeram Archimedis“:

„Jupiter in parvo cum cerneret aethera vitro

Risit et ad superos talia dicta dedit:

„Jamque suam volvens audax industria mundum

Gaudet, et humana sidera mente regit:

Quid falso insontem tonitru Salmoneas<sup>2)</sup> miror?“

War nun die Einrichtung, wie ich oben angab<sup>3)</sup>, war es also die Veränderung des Luftvolumens, welche sein Planetarium trieb, so wird wohl nicht bezweifelt werden, dass Archimedes auch die Veränderungen im Archimedischen Auftrieb hohler Körper gekannt und näher untersucht hat. Denn Studium und Vorbereitungen zu der kostbaren Einrichtung hätten ja einen weniger genialen Mann zur Entdeckung des Archimedischen Principis geführt, sind ja hydrostatische Experimente mit solchen hohlen Körpern besonders anregend und möchten letztere in dieser Hinsicht der massiven Krone Hiero's überlegen sein.

Wird nun zugegeben, dass Archimedes den veränderlichen Auftrieb wahrscheinlich gekannt hat, so folgt, dass Archimedes, der die Sache auf so grosser Scala verfolgte, die unregelmässigen Bewegungen nicht hat übersehen können, welche Caswell<sup>4)</sup>, Prof. d. Astr. zu Oxford, in einem Briefe

1) Hätte Plutarchus nicht so bestimmt die Figur auf Archimedes' Grabmal beschrieben (Kugel und umschriebener Cylinder), so dürfte es zweifelhaft sein, ob es nicht eher eine Abbildung des Planetariums war. Das Grabmal wurde von Marcellus gesetzt; und ersandte die zwei Planetaria als eine Trophäe nach Rom. Uebrigens ist der Tod des Archimedes doch wohl der drohenden Zerstörung seines Apparates zuzuschreiben. Des Plutarch' dritte Erzählung besagt, dass Soldaten des Marcellus dem Archimedes begegneten, der seine Apparate dem römischen Sieger zu übertragen begriffen war; man vermutete, es sei Gold darin etc.

2) Salmoneus hatte den Blitz nachahmen wollen.

3) Ich kann noch keine Antwort auf die Frage geben, wie tief die Kugel in Wasser tauchte, aber sie ist nicht essentiell. Die Kugel hat ja auch feststehen können, ohne dass die Bewegung des Planetariums dadurch litt.

4) Im Fischer'schen Artikel wurde Oliver als Autor genannt; dieser jedoch schrieb einen dem Caswell'schen vorangehenden Artikel botanischen Inhalts in den Phil. Trans.

an seinen Collegen Flamsteed zu Greenwich beschrieb und in den Phil. Trans. 1705 publicirte. Denn Caswell beobachtete einen Apparat, der, wiewohl er dem des Archimedes ähnelte, weit weniger bedeutend war; das Instrument hatte keine weitere Pretension als ein Variationsbarometer zu sein, und lud deshalb gar nicht zu den fortdauernden Studien ein, die Archimedes seinen eigenen Instrumenten gewidmet haben muss.

Wie die Zeichnung (Fig. 3) angiebt, war die Caswell'sche Anordnung der neulich hier von Fischer beschriebenen ähn-

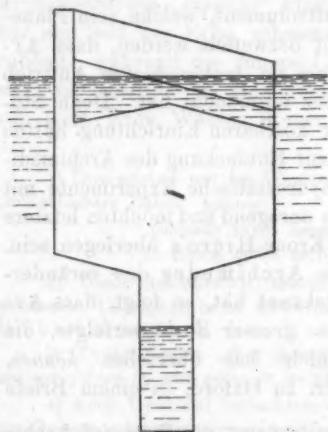


Fig. 3 (Scala 1 : 5).

lich; und wiewohl eine constante Temperatur nicht zu erreichen gesucht ward, es war ein vortreffliches, genau berechnetes Variationsbarometer, 1200mal so fein wie das Quecksilberbarometer.

Ich habe in meinem Buche „Standard methods criticised“ (London 1894 bei Geo Tucker) auf die Richtigkeit der Caswell'schen Beobachtungen gewiesen. Sein Instrument trug keinen Deckel, und er hat damit neben den mit dem Wind zusammenhängenden Baro-

meterstörungen auch die damals gewiss unbekannte *strahlende Wärme der Wolken* beobachtet (auch: Unterschied gewöhnlicher und Hagelwolken!), sodass er unbewusst 100 Jahre vor Leslie ein Aethrioskop erfand.

Ist also das Caswell'sche Barometer dem Apparate von Drebbel und Archimedes ähnlich, es ist weniger interessant; jedoch es ist dem Cooper'schen, anno 1839 in den Phil. Trans. publicirten Barometer in dieser Hinsicht weit überlegen.

Was die schwimmenden Barometer angeht, so wäre die Geschichte hiermit breit genug behandelt. Nur möchte ich hier von dem Cartesianischen Taucher etwas sagen, da er

dieser Gruppe am besten einzuverleiben ist. Es wundert mich, dass der Erfinder<sup>1)</sup>, als er das labile Gleichgewicht sah, dem Taucher keine feine bis auf den Boden gehende Kette angehängt hat.

Eine Kette ist ja das Mittel, dem Taucher eine beliebig grosse Stabilität zu geben. Da er auf und ab geht, wäre sein Gang sehr leicht photographisch zu registriren.

II. Aehnliches Loos, nämlich abwechselnde Anerkennung und Vergessenheit bez. zu denselben Zeiten, wurde dem Hooke'schen Barometer zu Teil. Dies Instrument, eine Vereinigung von Luft- und Flüssigkeitsthermometer, wurde von Halley, Phipps und anderen mit bestem Erfolge gebraucht; es geriet ca. 1800 in Vergessenheit und wurde dann 1816 aufs neue erfunden von Adie, der es „Sympiesometer“ nannte. Und wiederum gebrauchten und lobten es Seefahrer und wissenschaftliche Männer (John Ross, James D. Forbes). Ungefähr 1830 findet man, das Instrument sei wohldurchdacht, von anerkannter Eleganz, an Bord von grossem Nutzen. Aber 1870 war es schon wieder vergessen, diesmal wohl durch die Einführung des Aneroides. Und wiewohl Calantarients als auch später Callendar automatischen Ausgleich des Temperatureinflusses erdachten, und neuerdings Grützner einen Apparat vorschlug, der bei constanter Temperatur (n. l. der Zunge) abgelesen werden soll (und wohl zu einfach, auch für Bergsteiger, zu sein scheint); — das Hooke'sche Barometer hat sich bis jetzt nicht wieder geltend machen können, ja es wird in keinem meteorologischen oder physikalischen Werke erwähnt.

III. In dritter Linie haben wir dann die von Magnus, August, Brunner, Blakesley vorgeschlagenen Apparate zur Messung nicht der Druckänderungen, sondern des Druckes selbst. Sie beruhen alle auf dem Boyle'schen Gesetze.

IV. Endlich könnten die Vorrichtungen von Davy, Doyère, Gibbs, Lunge etc. zur Reduction von Gasvolumina auf 0°

1) Ich fand den Apparat in Cartesius' Werken nicht erwähnt, wohl aber in Boyle's. Uebrigens kam ihnen die Natur zuvor, wenn sie den „Nautilus“ machte.

760 mm zu den Luftbarometern gerechnet werden und wäre hier am besten unterzuordnen der am Anfang genannte, vor mir als das eigentliche, ursprüngliche „Wetterglas“ betrachtete Apparat.

Von der Zuverlässigkeit des Luftbarometers völlig überzeugt, und nachdem ich in meinem Voltameter einen zu der vierten Gruppe gehörenden Apparat angebracht, construirte ich dann 1895 drei Modelle zu den übrigen Gruppen gehörend, und beschrieb sie in der „Tydschrift voor toegepaste scheikunde en Hygiene“ 1897. Das erste ist ein Variationsbarometer, das den Uebelständen des Apparates von Hefner-Alteneck nicht unterworfen ist. Es gestattet eine willkürliche Feinheit und ist der

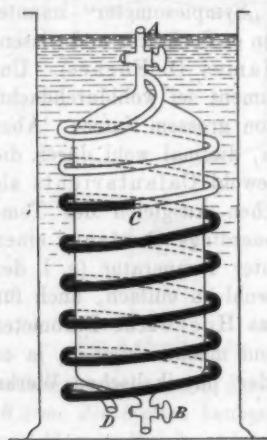


Fig. 4.

Ausschlag der zu observirenden Druckänderung proportional. Wie Fig. 4 angiebt, besteht es aus einem grossen mit Luft gefüllten cylindrischen Gefäss, in Wasser oder Petroleum untergetaucht. Hahn A dient zur Einstellung des Meniscus C, Hahn B dient nur Reinigungszwecken. D ist die Oeffnung der Spirale. Sind A und B geschlossen, so sieht man den Meniscus bei C in fortdauernder Bewegung begriffen. Das Instrument ist leicht zu aichen; man braucht es ja nur ein wenig (1 cm) aus der Flüssigkeit zu heben, und die von C zurückgelegte Strecke zu beobachten.

Das Richard'sche Statoskop, ein dem Aneroid ähnlicher, jedoch mit Luft gefüllter Apparat, wäre seines Registrirens wegen dem obigen vorzuziehen, wird aber kostspieliger sein. Wie dem auch sei, mein Apparat hat mich überzeugt, dass die *Unruhe* der Atmosphäre eine bedeutende Grösse ist; eine Definition sollte die Meteorologie bald aufstellen.

Eine Bemerkung möchte ich hier noch anknüpfen. Das Variationsbarometer im allgemeinen würde von hervorragendem

Interesse sein, wenn Prof. Pictet<sup>1)</sup> aus Genf Recht gehabt, als er im Jahre 1810 behauptete, die Barogramme für London, Madrid, Turin etc. seien *hauptsächlich* dieselben. Leider fehlt mir zur Zeit das Material zur Verification dieser der heutigen Meteorologie unglaublich vorkommenden wie auch unbekannten Behauptung.<sup>2)</sup> Sollte Pictet Recht haben — und sein umfangreiches Material, die von einem jüngeren Pictet publicirten synoptischen Barogramme, seine hohe wissenschaftliche Stellung sollten die Meteorologie von einem aprioristischen Urtheil abhalten —, so erlangen die kleinen Differenzen der Ordinate und Abscisse, welche auch Pictet nicht übersehen hat, eine grosse Wichtigkeit, und damit das Variationsbarometer.

Der zweite von mir construirte Apparat ist ein gewöhnliches Barometer, speciell Taschenbarometer. Es beruht auf Hooke's Princip; also ist *A* (Fig. 5) ein Quecksilberthermometer (z. B. 0–20°), *B* ein Luftthermometer; Gummiringe halten sie

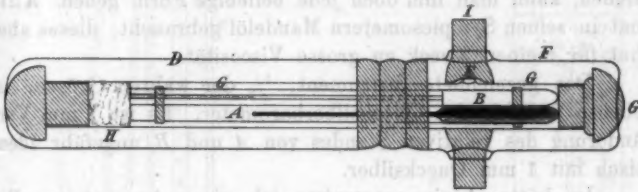


Fig. 5 (Scala 1 : 2).

nebeneinander fest; sie sind enthalten im Tubus *C*, der grösstentheils mit Wasser gefüllt ist. Durch *E* und *G* ist Communication mit der Atmosphäre. Nun ist *B* so gemacht worden, dass bei Erwärmung der relative Stand von *A* und *B* (d. h. des Quecksilbers in *A* und der Luft in *B*) nicht geändert wird. Also liest man nur diesen relativen Stand ab. Dem Thermometer *A* oder *B* giebt man eine solche Scala, dass Aenderungen des relativen Standes ohne Umrechnung in Millimeter Quecksilber abgelesen werden können.

1) Bibl. Britannique 1810. II. p. 22. Vgl. auch andere Artikel ebendasselbst, oder Gilb. Ann. 41. p. 74. 1812.

2) Ich habe sie natürlich verificirt für Amsterdam, London, Edinburg, Berlin und Paris, soweit die dürftigen Zeitungsbarogramme etc. es mir ermöglichten.

Zur Constanterhaltung der Temperatur während des Ablesens dienen die Luftbäder *D* und *F*. Beim Ablesen hält man das Instrument horizontal und sorgt für constante Temperatur durch lindes Neigen nach jeder Seite. Will man zum Versenden etc. die Oeffnung *E* abschliessen, so kann *F* um 90° gedreht werden, sodass der Pfropfen *J* vor die Oeffnung kommt und sie abschliesst. Damit keine Luft in *B* eindringe, ist ein Wattenpfropf *H* angebracht.

Diese Instrumente habe ich monatelang in der Tasche getragen und observirt. Es zeigte sich eine Contraction des Luftvolumens in *B*. Diese war im Anfang gross<sup>1)</sup>, wurde aber regelmässig kleiner, und als ich das Instrument nicht bei mir trug, hörte sie am Ende beinahe völlig auf. Zur gänzlichen Erklärung oder Beseitigung dieses Effectes bin ich noch nicht gelangt; es ist aber der einzige Fehler des Instrumentes, und bei Bergbesteigungen wäre es doch wohl dem Aneroid vorzuziehen, kann man ihm doch jede beliebige Form geben. Adie hat in seinen Sympiesometern Mandelöl gebraucht; dieses aber hat für meinen Zweck zu grosse Viscosität.

Das gezeichnete Instrument,  $\frac{1}{2}$  der wahren Grösse, ist ebenso fein wie das Quecksilberbarometer. Es ist 1 mm Veränderung des relativen Standes von *A* und *B* ungefähr identisch mit 1 mm Quecksilber.

In dritter Linie construirte ich einen Apparat zur Bestimmung des Druckes mittelst des Boyle'schen Gesetzes. Es ist nämlich mein Wasserstoffvoltameter mit seinem variablen Niveau zur Herstellung und Messung von Druckunterschieden vorzüglich geeignet.<sup>2)</sup> Ich nehme dazu die Burette mit Wasserbad heraus und bringe eine vertical im Wasser treibende Scala, von einem Cylinder umgeben, hinein (Fig. 6). Diesen Cylinder verbinde ich mit dem daneben stehenden Apparate (Fig. 7). Das Volumen *A* ist ungefähr 50 mal kleiner als *B* und wird diese Zahl durch Auswägen genau bestimmt. Hat man nun in *C* Schwefelsäure oder Petroleum und in *B* trockene Luft,

1) Correspondirender täglicher Fehler:  $\frac{1}{2}$  mm Quecksilber.

2) Es findet sich die Beschreibung unter anderen in „The Electrician“ 1894, El. chem. Zeitschrift 1898, El. chem. Kalender der letzten Jahre und eine vollständige Behandlung in der holländischen Zeitschrift „Electra“ von 1900.



so wird Hahn *F* geöffnet und das Voltameter links besorgt die Einstellung der Flüssigkeit bei *b*. Dann liest man die Scala ab; es sei der Minderdruck  $p_1$ . Wenn man jetzt die Flüssigkeit bei *a* einstellt, Hahn *F* schliesst und den Minderdruck zur Einstellung bei *b* aufs neue bestimmt, findet man den viel grösseren Minderdruck  $p_2$ . Und der gesuchte Barometerstand berechnet sich wie folgt:

$$(n + 1)(p_2 - p_1) \text{ oder } \frac{n + 1}{13,6}(p_2 - p_1),$$

wenn  $n$  das Verhältnis der Volumina *B* und *A* ist.

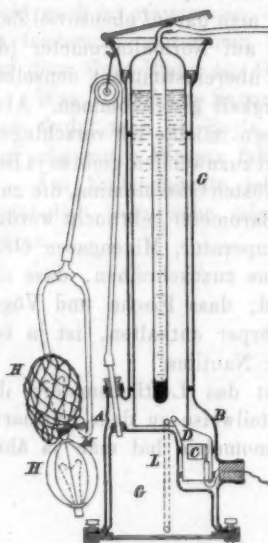


Fig. 6 (Scala 1:7).

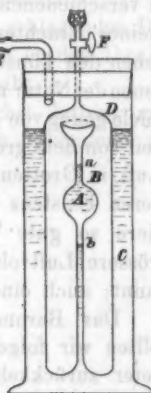


Fig. 7 (Scala 1:2).

Leider habe ich mit dem Apparate nur wenig arbeiten können, verzichte also auf die Behandlung der Besonderheiten. Nur möchte ich betonen, dass die Ablesung des Flüssigkeitsniveaus im Voltameter sehr genau geschehen kann, weil es ringförmig ist und die Scala umfasst, sodass Parallax ausgeschlossen ist. Und zweitens, dass die Flüssigkeit *C* zu gleicher Zeit die Temperatur constant hält.

**Schlussbemerkungen.**

Ich meine also, das Luftbarometer sei allen Anforderungen gewachsen. Es hat sich in einer anspruchslosen Form Jahrhunderte lang aufrecht gehalten; es hat dem Caswell, ja vielleicht schon dem Archimedes vor Jahrhunderten bereits die dem schwächsten Winde folgenden Druckschwankungen offenbart, welche kein anderer als S. P. Langley im Jahre 1894<sup>1)</sup> vermutete, jedoch nachzuweisen nicht im stande war; es ist ferner wohl das Sympiesometer deshalb mit Misstrauen begegnet worden, weil es den Druckänderungen besser folgte, als das Quecksilberbarometer; und endlich kann das Barometer des August und von anderen, wenn man darauf ebensoviel Zeit, Mühe und Kosten verwendet, wie auf Normalbarometer (die in verschiedenen Orten oft gar nicht übereinstimmen), denselben meines Erachtens leicht an Genauigkeit gleichkommen. Aber neben den künstlichen Luftbarometern möchte ich vorschlagen, den der Natur mehr Aufmerksamkeit zuzuwenden; giebt es ja Beispiele genug von grossen, kleinen, gelösten Gasvolumina, die zum Teil von dem grossen Publikum als Barometer gebraucht werden (Luft in Grotten von constanter Temperatur, Minengasen etc.). Deren Existenz ist meines Erachtens zuzuschreiben, dass die Tiere so gute Wettervorboten sind; dass Fische und Vögel grössere Luftvolumina in ihrem Körper enthalten, ist ja bekannt; auch eine Schnecke wie der Nautilus.

Das Barometer der Natur ist das Luftbarometer; ihr sollten wir folgen und wenigstens teilweise zu dem Luftbarometer zurückkehren. In der Thermometrie hat man ja ähnliches gethan.

Amsterdam, Januar 1901.

(Eingegangen 17. Januar 1901.)

**Nachschrift.**

Das neulich in den Beiblättern genannte Werk von A. Daubert nennt zwar Archimedes und Drebbel, giebt aber

1) S. P. Langley, „The internal work of the wind“. Am. Journ. of Sc. (3) 47. p. 41. 1894.

keine Erklärung. Jedoch diese Art „Perpetuum mobile“ war, soviel mir bekannt, bis jetzt die einzige, welche des Namens (in ursprünglicher Bedeutung) wirklich würdig ist. Die Construction ist wahrscheinlich erst in den letzten Jahrhunderten vergessen worden, denn nach Archimedes haben Posidonius und andere sie gemacht. Weiter ist ein Instrument, das man Karl V. geschenkt hat und von John Dee und Cardanus gesehen wurde, wahrscheinlich ähnlicher Natur gewesen; und Drebbel hat auch mehrere Exemplare angefertigt.

Zu bedauern ist, dass diese Kunst ganz vergessen worden; würde ja ein Instrument, das ein Planetarium treiben konnte, wohl auch im stande sein, die Meteorographen längerer Periode zu treiben — wozu man 1894—1895 mit fraglichem Erfolge auf dem Mont-Blanc ein Gewicht von 90 kg benutzte.

Was Drebbel's Sauerstoff angeht, einen schlagenden Beweis findet man bei Boyle, Opera I. p. 140, wo er das Drebbel'sche unter Wasser fahrende Boot beschreibt.

Am Ende möchte ich den Leser höflichst bitten, mir womöglich historische oder sonstige Beiträge zukommen zu lassen.

### 13. Ueber die Spectralgleichung des blanken Platins; von D. A. Goldhammer.

In der vorliegenden Notiz erlaube ich mir einige Bemerkungen über die Form der Spectralgleichung des blanken Platins mitzuteilen, welche bei weiteren Untersuchungen über denselben Gegenstand vielleicht nicht ohne Nutzen sein werden.

1. In bekannten Bezeichnungen lautet das Kirchhoff'sche Gesetz:

$$\frac{e_{\lambda}}{a_{\lambda}} = \epsilon_{\lambda}.$$

Stellen wir uns einen strahlenden *nicht* schwarzen blanken festen Körper vor, immer von solcher Dicke gewählt, dass man

$$a_{\lambda} = 1 - J_{\lambda}$$

setzen kann, worin  $J_{\lambda}$  das Reflexionsvermögen des Körpers bedeutet, so lässt sich  $a_{\lambda}$  durch  $N$  und  $K$  darstellen, wenn man mit  $N$  den Brechungs-, mit  $K$  den Absorptionscoefficienten bezeichnet.

Es ist dann nämlich:

$$J_{\lambda} = \frac{(1 - N)^2 + K^2}{(1 + N)^2 + K^2}, \quad a_{\lambda} = \frac{4N}{(1 + N)^2 + K^2}.$$

Nun sind nach allen Dispersionstheorien  $N^2 - K^2$  und  $2NK$  gewisse *algebraische* Functionen von  $\lambda$ ; es ist somit dies auch für  $a_{\lambda}$  der Fall:  $a_{\lambda}$  soll also eine *algebraische Function* von  $\lambda$  sein; dabei kann natürlich die Abhängigkeit von der Temperatur auch transcendent sein.

Wir schliessen daraus: *enthält der Ausdruck für  $\epsilon_{\lambda}$  eine transcendente Function von  $\lambda$ , so muss auch  $e_{\lambda}$  dieselbe Function enthalten.*

Nach Thiesen<sup>1)</sup> haben wir z. B.:

$$\varepsilon_1 = \frac{CT^c}{(\lambda T)^{4.5}} \cdot e^{-\frac{c}{\lambda T}},$$

$$c = 4,5 \lambda_m T;$$

es soll daher jede  $\varepsilon_1$ , für jeden blanken festen Körper, den Factor  $e^{-\frac{c}{\lambda T}}$  enthalten.

2. Es sei ferner gesetzt

$$a_1 = \varphi(T, \lambda T);$$

da immer

$$a_1 \leq 1$$

ist, so folgt auch

$$\varphi(T, \lambda T) \leq 1.$$

Schreiben wir für die schwarze Strahlung

$$\varepsilon_1 = CT^5 F(\lambda T),$$

so haben wir offenbar ganz allgemein

$$e_1 = CT^5 F(\lambda T) \varphi(T, \lambda T);$$

da aber immer

$$e_1 \leq \varepsilon_1$$

sein soll, so folgt:

$$\int_0^\infty e_1 d\lambda \leq \int_0^\infty \varepsilon_1 d\lambda,$$

oder

$$e \leq \varepsilon,$$

worin  $e, \varepsilon$  die Gesamtstrahlungen bedeuten.

Nach dem Stefan'schen Gesetz ist

$$\varepsilon = \sigma T^4;$$

es muss auch

$$e = \Phi(T)$$

sein; setzen wir

$$e = \Phi(T) = \sigma T^4 f(T),$$

so folgt unmittelbar

$$f(T) \leq 1.$$

1) M. Thiesen, Verhandl. d. Deutsch. Physik. Gesellsch. 2. p. 37. 1900.

Daraus schliessen wir:

$$f(T) = A T^n, \quad n \geq 0$$

$$f(T) = B e^{c T^p}, \quad p > 0,$$

und dergleichen Functionen sind für  $f(T)$  unmöglich.

Wenn also nach den Beobachtungen von Lummer und Pringsheim<sup>1)</sup> die Gesamtstrahlung des Platins nahezu der fünften Potenz der Temperatur proportional fortschreitet, so kann ein solches Gesetz eine Geltung nur als eine empirische Formel haben.

3. Es sei ferner  $e_m$  die maximale Energie eines strahlenden festen Körpers bei irgend einer Temperatur; die entsprechende Wellenlänge sei  $\lambda'_m$ ; dann ist, wenn wir setzen  $\epsilon'_m = \epsilon(\lambda'_m)$ ,

$$e_m \leq \epsilon'_m;$$

es sei  $\epsilon_m$  die maximale Energie des schwarzen Körpers bei derselben Temperatur; dann ist

$$\epsilon'_m \leq \epsilon_m,$$

und folglich a fortiori

$$e_m \leq \epsilon_m$$

oder

$$e_m T^{-5} \leq \epsilon_m T^{-5}.$$

Nun ist bekanntlich für die schwarze Strahlung

$$\epsilon_m T^{-5} = \text{const.} = B.$$

Es folgt daraus

$$e_m T^{-5} \leq B,$$

oder auch

$$e_m T^{-6} \leq \frac{B}{T}.$$

Nach den Beobachtungen von Lummer und Pringsheim<sup>2)</sup> scheint  $e_m T^{-6}$  nahezu constant zu bleiben; wäre aber wirklich

$$e_m T^{-6} = \text{const.} = D,$$

so würde folgen

$$D T \leq B,$$

1) O. Lummer u. E. Pringsheim, Verhandl. d. Physik. Gesellsch. zu Berlin 17. p. 106. 1898.

2) O. Lummer u. E. Pringsheim, Verhandl. d. Deutsch. Physik. Gesellsch. 1. p. 215. 1899.



was offenbar unmöglich ist. Es kann also für keinen Körper  $e_m T^{-6}$  constant bleiben. Unverändert bleiben soll aber der Wert

$$\frac{e_m T^{-5}}{\varphi(T, \lambda_m' T)} = C \cdot F(\lambda_m' T) = D.$$

Da nun

$$B = C F(\lambda_m' T)$$

ist, so haben wir

$$D = B \cdot \frac{F(\lambda_m' T)}{F(\lambda_m T)}.$$

Ist uns also die Form der Function  $F(\lambda T)$  für die schwarze Strahlung bekannt, so lässt sich  $D$  für jeden Körper berechnen, wenn nur  $B$ ,  $\lambda_m T$  und  $\lambda_m' T$  bekannt sind.

4. Die angeführten Betrachtungen erlauben uns eine Eigentümlichkeit in der Emission des blanken Platins zu erklären, die Lummer und Pringsheim beobachtet hatten. Diese Verfasser<sup>1)</sup> haben nämlich gefunden, dass die Spectralgleichung des Platins sich in der Form

$$e_\lambda = \frac{C'}{\lambda^5} e^{-\frac{c'}{\lambda T}}$$

darstellen lässt, wenn  $C'$  selbst eine Temperaturfunction bedeutet. Für jede Temperatur ist dabei das Uebereinstimmen der beobachteten Curven mit den berechneten „überraschend“. Setzen wir

$$C' = C \psi(T),$$

worin  $C$  die entsprechende Constante der schwarzen Strahlung bedeutet, so haben wir

$$e_\lambda = C \frac{\psi(T)}{\lambda^5} e^{-\frac{c'}{\lambda T}}$$

und nach dem Früheren muss sein

$$c' = c = 4,5 \lambda_m T,$$

worin  $\lambda_m T$  sich auf die schwarze Strahlung bezieht und etwa 2940 ist. Nun wird das Maximum von  $e_\lambda$  bestimmt durch die Beziehung

$$\frac{\partial e_\lambda}{\partial \lambda} = 0, \quad 5 = \frac{c}{\lambda_m' T},$$

woraus sich  $\lambda_m' T$  berechnen lässt, und zwar wird

$$\lambda_m' T = \frac{c}{5} = 0,9 \cdot 2940 = 2646,$$

1) O. Lummer u. E. Pringsheim, l. c. p. 234; O. Lummer u. E. Jahnke, Ann. d. Physik. 3. p. 294. 1900.

was sehr nahe an den direct von genannten Verfassern gefundenen Wert 2626 kommt. Wir sehen also, dass die Gleichung

$$e_\lambda = C T^5 \frac{\psi(T)}{(\lambda T)^5} e^{-\frac{c}{\lambda T}}$$

nicht weit von dem wahren Gesetz der Strahlung des blanken Platins liegt; doch ist diese Formel nicht ganz richtig, wenn die Thiesen'sche Formel wahr ist, und umgekehrt. In der That, berechnen wir  $a_\lambda$  aus den Werten von  $e_\lambda$  und  $\epsilon_\lambda$ , so bekommen wir

$$\frac{e_\lambda}{\epsilon_\lambda} = a_\lambda = \frac{\psi(T)}{\lambda T},$$

was offenbar unmöglich ist, da dabei die Bedingung

$$a_\lambda \leq 1$$

nicht erfüllt ist.

5. Zum Schluss sei mir noch eine Bemerkung gestattet. Die neuesten Beobachtungen von Lummer und Pringsheim<sup>1)</sup> haben gezeigt, dass für lange Wellen und hohe Temperaturen die Thiesen'sche Formel etwas zu grosse Zahlen giebt; so ist z. B. für  $\lambda = 12,3 \mu$  (l. c. p. 178)

	$T = 287$	$373$	$700$	$1095$	$1200$	$1492$	$1650$
Beobachtet $\epsilon_\lambda = 0,040$		0,099	0,49	1,11	1,29	1,78	1,96
nach Thiesen $\epsilon_\lambda = 0,040$		0,107	0,57	1,24	1,41	1,87	2,11
nach Planck $\epsilon_\lambda = 0,040$		0,107	0,55	1,26	1,46	2,02	2,34

Freilich sind dabei die beobachteten Zahlen um einige Procente unsicher, da die Correctionen infolge der Breite des Spaltes und des Bolometers nicht angebracht sind. Nun hat ganz neuerdings Planck<sup>2)</sup> eine Formel für die schwarze Strahlung vorgeschlagen, die lautet:

$$\epsilon_\lambda = \frac{C}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{c}{\lambda T}} - 1}.$$

1) O. Lummer u. E. Pringsheim, Verhandl. d. Deutsch. Physik. Gesellsch. 2. p. 163. 1900.

2) M. Planck, Verhandl. d. Deutsch. Physik. Gesellsch. 2. p. 237. 1900.

Berechnen wir daraus  $c$  mit der Bedingung

$$\frac{\partial \epsilon_\lambda}{\partial \lambda} = 0,$$

so ergibt sich etwa

$$c = 14597.$$

Nehmen wir  $\epsilon_\lambda$  für  $T = 287$  als Ausgangspunkt, und berechnen dann  $\epsilon_\lambda$  für andere Temperaturen bei  $\lambda = 12,3 \mu$ , so bekommen wir die Zahlen der letzten Reihe der angeführten kleinen Tabelle. Diese Zahlen sind bei den Temperaturen von  $1000^\circ$  abs. aufwärts immer grösser, als dieselben nach Thiesen. Ist also wirklich die Thiesen'sche Formel unrichtig, so wäre das auch für die neue Planck'sche Formel der Fall.

Kasan, 15./2. Januar 1901.

(Eingegangen 23. Januar 1901.)

14. Ueber den Druck der Lichtstrahlen<sup>1)</sup>;  
von D. A. Goldhammer.

Bartoli<sup>2)</sup> hat auf Grund von thermodynamischen Betrachtungen das Resultat abgeleitet, dass die auf eine vollkommen reflectirende Fläche normal auffallenden Lichtstrahlen auf dieselbe einen Druck  $p$  ausüben, welcher gleich ist der doppelten Energie  $e$  in der Volumeneinheit der einfallenden Strahlen:  $p = 2e$ .

Für einen allseitig mit gleich temperirten, für Wärme undurchlässigen Wänden umgebenen, absolut leeren Raum (Vacuum) berechnete Boltzmann<sup>3)</sup>, immer auf dem thermodynamischen Wege, auf eine absolut spiegelnde Fläche

$$p = \frac{1}{3}e,$$

indem er das Stefan'sche Strahlungsgesetz in Betracht zog. In einer späteren Arbeit über denselben Gegenstand bemerkt Boltzmann<sup>4)</sup>, dass aus der Beziehung

$$p = \frac{1}{3}e$$

$p = e$  bez.  $p = 2e$  folgen würde für normale Incidenz auf eine absorbirende bez. vollkommen reflectirende Fläche und dass dieses Resultat mit den Folgerungen aus der elektromagnetischen Lichttheorie Maxwell's übereinstimmt.

In der That lesen wir bei Maxwell den folgenden für nicht leitende Körper geltenden Satz<sup>5)</sup>: „in a medium in which waves are propagated there is a pressure in direction normal to the waves and numerically equal to the energy in unit of volum“; einige Zeilen weiter (Art. 793) äussert sich Maxwell in einer noch viel allgemeineren Weise, indem er sagt: „a flat

1) Aus den „Archives Néerlandaises“, 1900; für die Ann. d. Phys. zum Teil neu bearbeitet vom Verfasser.

2) A. Bartoli, *Sopra i movimenti prodotti dalla luce e dal calore*. 56 pp. Firenze 1876.

3) L. Boltzmann, *Wied. Ann.* 22. p. 31. 1884.

4) l. c. p. 293.

5) J. C. Maxwell, *Treatise on electricity and magnetism*, Second ed. 11. p. 401. Art. 792. 1881.

body exposed to sunlight would experience this pressure on its illuminated side only, and would therefore be repelled from the side on which the light falls“.

Diese Behauptung Maxwell's interpretirt nun Boltzmann in folgender Weise: „Maxwell's Resultat gilt,“ sagt er<sup>1)</sup>, „wenn der Strahl senkrecht auf die gedrückte Fläche auffällt und von derselben absorbirt wird. Würde er nahe senkrecht auffallen und unter demselben Winkel reflectirt, so wäre der Druck der doppelte.“ Natürlich sind hier Absorption und Reflexion als vollkommen gemeint.

Wir sehen also, dass es zwei vollkommen voneinander unabhängige Wege zur Ableitung dieses sogenannten „Lichtdruckes“ giebt: der thermodynamische und der elektromagnetische.

Nun schreibt Boltzmann selbst seinen Rechnungen einen „vielfach provisorischen Charakter“ zu<sup>2)</sup>; Bartoli hält die Einführung des Lichtdruckes nur als „l'ipotesi più semplice“<sup>3)</sup>; auch nach Boltzmann<sup>4)</sup> könnte der Widerspruch mit dem zweiten Hauptsatze „auch durch eine andere Hypothese gehoben werden“.

Was aber die elektromagnetische Lichttheorie Maxwell's anbetrifft, so ist ohne weiteres klar, dass der oben angeführte (aus Art. 792) Satz noch nicht erlaubt, direct über die an der Grenze zweier Medien wirkende ponderomotorische Kräfte zu schliessen, denn auf eine Grenzfläche gegen einen anderen Körper wirkt durchaus nicht dieser Druck direct, sondern „die Resultirende derjenigen Kräfte, welche sich nach der aus der Elasticitätstheorie bekannten Regel aus den im Innern eines jeden Körpers vorhandenen Spannungen ergeben.“<sup>5)</sup>

Nur in den Grenzfällen einer normalen Incidenz auf eine vollkommen reflectirende bez. vollkommen schwarze Fläche kann diese Resultirende direct angegeben werden: bei einer vollkommenen Reflexion sind alle elektromagnetische Vektoren im Innern des reflectirenden Körpers Null; bei einer voll-

1) L. Boltzmann, l. c. p. 291—292.

2) l. c. p. 293.

3) A. Bartoli, l. c. p. 25.

4) L. Boltzmann, l. c. p. 38.

5) Vgl. F. Poekels, Grunert's Archiv 12. p. 60. 1894.

kommenen Absorption könnte man sagen, es existiren in dem absorbirenden Körper keine elektromagnetische Vektoren *als solche*. Diese Vorstellung giebt aber zu Bedenken Anlass: vielmehr muss man in diesem Falle die beiden sich angrenzenden Körper als optisch identisch — an der Trennungsebene — betrachten.<sup>1)</sup>

Diese Folgerungen gelten aber nicht ohne gewisse Beschränkungen; sie sind nämlich nur dann richtig, wenn hauptsächlich die ponderomotorische Wirkung des Lichtes einzig nur aus dem von Maxwell abgeleiteten Drucke  $p$  besteht, d. h. die elektromagnetischen Spannungen derart sind, dass sie *keine auf innere Volumenelemente des Körpers wirkende Kräfte ergeben*. Und dies ist im *allgemeinen* gerade nicht der Fall, wie es schon Hertz<sup>2)</sup> bemerkt hatte. Dann aber bleibt auch die Frage über den Lichtdruck selbst in den Grenzfällen der absoluten Reflexion bez. Absorption ganz offen.

1. Betrachten wir den allgemeinen Fall eines polarisirbaren, leitenden und sich mit den Geschwindigkeitscomponenten  $\alpha, \beta, \gamma$  bewegenden Mediums, so lauten die Gleichungen der elektromagnetischen Lichttheorie nach Hertz<sup>3)</sup> und v. Helmholtz<sup>4)</sup>, indem man für homogene isotrope Körper

$$\begin{aligned} \mathfrak{Q} &= \mu L, & \mathfrak{M} &= \mu M, & \mathfrak{N} &= \mu N, \\ \mathfrak{X} &= \varepsilon X, & \mathfrak{Y} &= \varepsilon Y, & \mathfrak{Z} &= \varepsilon Z \end{aligned}$$

1) Für einen sich z. B. im Vacuum befindenden Körper ist das Reflexionsvermögen

$$J = \frac{(1 - N)^2 + K^2}{(1 + N)^2 + K^2},$$

wenn  $N$  den Brechungs-,  $K$  den Absorptionscoefficienten bedeuten. Für eine schwarze Fläche muss  $J = 0$  sein, woraus folgt die optische Identität  $N = 1, K = 0$ . Dann existirt aber kein *einseitiger* Druck an der Trennungsebene.

Bei dieser Gelegenheit sei noch folgendes bemerkt: wenn ein Körper in Berührung mit zwei verschiedenen Körpern schwarz erscheint, so muss er offenbar *optisch inhomogen* sein. Das stimmt mit der bekannten Thatsache überein, dass Russ u. dgl. schwarze Körper sehr stark porös sind. Am einfachsten wären dieselben als eine Reihe von Hohlkörpern anzusehen. Vgl. F. Kurlbaum, Wied. Ann. **67**. p. 885. 1899.

2) H. Hertz, Wied. Ann. **41**. p. 398. 1890.

3) l. c. p. 874.

4) H. v. Helmholtz, Wied. Ann. **47**. p. 13. 1892



setzt,  $\mu$ ,  $\varepsilon$  als Constante betrachtet und die Bezeichnungen von Hertz benutzt,

$$A\mu \left\{ \frac{\partial L}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} (\beta L - \alpha M) - \frac{\partial}{\partial z} (\alpha N - \gamma L) \right. \\ \left. + \alpha \left( \frac{\partial L}{\partial x} + \frac{\partial M}{\partial y} + \frac{\partial N}{\partial z} \right) \right\} = \frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial z},$$

analog für  $M$ ,  $N$ , und

$$A\varepsilon \left\{ \frac{\partial X}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} (\beta X - \alpha Y) - \frac{\partial}{\partial z} (\alpha Z - \gamma X) \right. \\ \left. + \alpha \left( \frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z} \right) \right\} = \frac{\partial M}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial y} - 4\pi Au,$$

analog für  $Y$  und  $Z$ .

2. Wir wollen zunächst die Werte der ponderomotorischen Kräfte im Innern unseres Mediums auf etwas anderem Wege ableiten, als es bei Hertz und v. Helmholtz der Fall war.

Zu dem Zweck multipliren wir unsere Gleichungen mit

$$\frac{1}{4\pi A} d\Omega,$$

worin  $d\Omega$  ein Volumenelement bedeutet, dann der Reihe nach mit  $L$ ,  $M$ ,  $N$ ,  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ , addiren und integriren über einen durch eine geschlossene Fläche begrenzten Raum mit constantem  $\varepsilon$ ,  $\mu$ .

Dann bekommen wir nach der Ausführung der partiellen Integration in dem ersten Integrale auf der rechten Seite:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \iiint d\Omega \left\{ \frac{\varepsilon}{8\pi} (X^2 + Y^2 + Z^2) + \frac{\mu}{8\pi} (L^2 + M^2 + N^2) \right\} \\ & + \frac{1}{4\pi} \iiint d\Omega \mu \left\{ \frac{\partial \alpha}{\partial x} (M^2 + N^2) + \frac{\partial \beta}{\partial y} (L^2 + N^2) + \frac{\partial \gamma}{\partial z} (L^2 + M^2) \right. \\ & \quad \left. - LM \left( \frac{\partial \alpha}{\partial y} + \frac{\partial \beta}{\partial x} \right) - MN \left( \frac{\partial \beta}{\partial z} + \frac{\partial \gamma}{\partial y} \right) - LN \left( \frac{\partial \gamma}{\partial x} + \frac{\partial \alpha}{\partial z} \right) \right\}, \\ & + \frac{1}{4\pi} \iiint d\Omega \varepsilon \left\{ \frac{\partial \alpha}{\partial x} (Y^2 + Z^2) + \frac{\partial \beta}{\partial y} (X^2 + Z^2) + \frac{\partial \gamma}{\partial z} (X^2 + Y^2) \right. \\ & \quad \left. - XY \left( \frac{\partial \alpha}{\partial y} + \frac{\partial \beta}{\partial x} \right) - YZ \left( \frac{\partial \beta}{\partial z} + \frac{\partial \gamma}{\partial y} \right) - XZ \left( \frac{\partial \gamma}{\partial x} + \frac{\partial \alpha}{\partial z} \right) \right\}, \\ & + \frac{1}{4\pi} \iiint d\Omega \left\{ \frac{1}{2} \alpha \frac{\partial}{\partial x} [\mu (L^2 + M^2 + N^2) + \varepsilon (X^2 + Y^2 + Z^2)] \right. \\ & \quad + \frac{1}{2} \beta \frac{\partial}{\partial y} [\mu (L^2 + M^2 + N^2) + \varepsilon (X^2 + Y^2 + Z^2)] \\ & \quad \left. + \frac{1}{2} \gamma \frac{\partial}{\partial z} [\mu (L^2 + M^2 + N^2) + \varepsilon (X^2 + Y^2 + Z^2)] \right\}, \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{4\pi A} \iint dS \{ \cos nx (MZ - NY) + \cos ny (NX - LZ) \\ + \cos nz (LY - MX) \}, \\ - \iiint d\Omega (uX + vY + wZ),$$

worin  $dS$  ein Element der Oberfläche,  $n$  die innere Normale bedeuten.

3. Beschäftigen wir uns nun mit der physikalischen Deutung der einzelnen Glieder dieser Gleichung. Offenbar bedeutet das erste Glied links die zeitliche Aenderung der gesamten Volumenenergie; das zweite und dritte Glied stellen offenbar die Arbeit der ponderomotorischen Kräfte dar, die als Drucke auf die Seiten eines elementaren Parallelepipeton  $d\Omega$  wirksam sind.

Auf der rechten Seite stellt das erste Integral den Poynting'schen Ausdruck für die durch die Grenzfläche einströmende Energie dar, das zweite diejenige Energie, welche in Wärme nach dem Joule'schen Gesetz verwandelt wird. Es bleibt uns nur das Integral

$$\frac{1}{4\pi} \iiint d\Omega \left\{ \frac{1}{2} \alpha \frac{\partial}{\partial x} [\mu (L^2 + M^2 + N^2) + \epsilon (X^2 + Y^2 + Z^2)] \right. \\ + \frac{1}{2} \beta \frac{\partial}{\partial y} [\mu (L^2 + M^2 + N^2) + \epsilon (X^2 + Y^2 + Z^2)] \\ \left. + \frac{1}{2} \gamma \frac{\partial}{\partial z} [\mu (L^2 + M^2 + N^2) + \epsilon (X^2 + Y^2 + Z^2)] \right\}$$

übrig, von dessen Deutung auch der Gesamtwert der ponderomotorischen Kräfte abhängt.

4. Bemerken wir aber, dass, wie unsere Integrale zeigen, die uns interessirenden Kräfte von  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  explicite unabhängig sind und dass also dieselben der Form nach unverändert bleiben sollen, auch wenn die Körperteile in Ruhe, ebenso wenn die elektromagnetischen Vorgänge statisch sind, so folgt unmittelbar, dass das genannte Integral nicht einfach als Arbeit der auf ein inneres Volumenelement wirkenden Kräfte zu deuten ist.

Wir müssen vielmehr das Intégral durch partielle Integration in zwei Ausdrücke zerteilen, von denen nur der eine die in Betracht kommende Arbeit darstellt.

In dieser Weise bekommt man

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{8\pi} \iint dS \{ \mu(L^2 + M^2 + N^2) + \varepsilon(X^2 + Y^2 + Z^2) \} \times \\
 & \quad (\alpha \cos nx + \beta \cos ny + \gamma \cos nz), \\
 & -\frac{1}{8\pi} \iiint d\Omega \{ \mu(L^2 + M^2 + N^2) + \varepsilon(X^2 + Y^2 + Z^2) \} \times \\
 & \quad \left( \frac{\partial \alpha}{\partial x} + \frac{\partial \beta}{\partial y} + \frac{\partial \gamma}{\partial z} \right).
 \end{aligned}$$

Das erste Glied ist nun als diejenige Energieströmung zu betrachten, die von der Bewegung der Materie abhängt und die also eine Erweiterung des Poynting'schen Satzes darstellt<sup>1)</sup>; was aber das Volumenintegral anbetrifft, so ist dasselbe mit den anderen die Arbeit darstellenden Integralen zu verbinden. Wir gelangen auf diese Weise zu dem zuerst von Hertz<sup>2)</sup> abgeleiteten Ausdruck der Arbeit von ponderomotorischen Kräften

$$\begin{aligned}
 \iiint d\Omega \left\{ X_x \frac{\partial \alpha}{\partial x} + Y_y \frac{\partial \beta}{\partial y} + Z_z \frac{\partial \gamma}{\partial z} \right. \\
 \left. + X_y \left( \frac{\partial \alpha}{\partial y} + \frac{\partial \beta}{\partial x} \right) + Y_z \left( \frac{\partial \beta}{\partial z} + \frac{\partial \gamma}{\partial y} \right) + Z_x \left( \frac{\partial \gamma}{\partial x} + \frac{\partial \alpha}{\partial z} \right) \right\}.
 \end{aligned}$$

$$X_x = X'_x + X''_x \text{ etc. } X_y = X'_y + X''_y \text{ etc.}$$

$$X'_x = \frac{\mu}{8\pi} (-L^2 + M^2 + N^2), \quad X'_y = Y'_x = -\frac{\mu}{4\pi} LM,$$

$$Y'_y = \frac{\mu}{8\pi} (L^2 - M^2 + N^2), \quad Y'_z = Z'_y = -\frac{\mu}{4\pi} MN,$$

$$Z'_z = \frac{\mu}{8\pi} (L^2 + M^2 - N^2), \quad Z'_x = X'_z = -\frac{\mu}{4\pi} NL,$$

$$X''_x = \frac{\varepsilon}{8\pi} (-X^2 + Y^2 + Z^2), \quad X''_y = Y''_x = -\frac{\varepsilon}{4\pi} XY,$$

$$Y''_y = \frac{\varepsilon}{8\pi} (X^2 - Y^2 + Z^2), \quad Y''_z = Z''_y = -\frac{\varepsilon}{4\pi} YZ,$$

$$Z''_z = \frac{\varepsilon}{8\pi} (X^2 + Y^2 - Z^2), \quad Z''_x = X''_z = -\frac{\varepsilon}{4\pi} ZX,$$

der nach der Ausführung der partiellen Integration die folgende Form annimmt:

1) Vgl. W. Wien, Wied. Ann. 47. p. 337. 1892.

2) H. Hertz, Wied. Ann. 41. p. 394. 1890.

$$\begin{aligned}
& - \iiint d\Omega \left\{ \alpha \left( \frac{\partial X_x}{\partial x} + \frac{\partial Y_x}{\partial y} + \frac{\partial Z_x}{\partial z} \right) + \beta \left( \frac{\partial X_y}{\partial x} + \frac{\partial Y_y}{\partial y} + \frac{\partial Z_y}{\partial z} \right) \right. \\
& \qquad \qquad \qquad \left. + \gamma \left( \frac{\partial X_z}{\partial x} + \frac{\partial Y_z}{\partial y} + \frac{\partial Z_z}{\partial z} \right) \right\} \\
& - \iint dS \{ \alpha (X_x \cos nx + X_y \cos ny + X_z \cos nz) \\
& \qquad \qquad \qquad + \beta (Y_x \cos nx + Y_y \cos ny + Y_z \cos nz) \\
& \qquad \qquad \qquad + \gamma (Z_x \cos nx + Z_y \cos ny + Z_z \cos nz) \}.
\end{aligned}$$

5. Wir schliessen daraus, dass die zur Untersuchung stehenden ponderomotorischen Kräfte sich in zwei Kräftearten zerlegen lassen: mit den Componenten

$$\begin{aligned}
\Xi &= - \frac{\partial X_x}{\partial x} - \frac{\partial Y_x}{\partial y} - \frac{\partial Z_x}{\partial z}, \\
H &= - \frac{\partial X_y}{\partial x} - \frac{\partial Y_y}{\partial y} - \frac{\partial Z_y}{\partial z}, \\
Z &= - \frac{\partial X_z}{\partial x} - \frac{\partial Y_z}{\partial y} - \frac{\partial Z_z}{\partial z}
\end{aligned}$$

die auf innere Volumenelemente des Körpers wirkenden Kräfte, und mit den Componenten

$$\begin{aligned}
\bar{\Xi}_n &= - \bar{X}_x \cos nx - \bar{X}_y \cos ny - \bar{X}_z \cos nz, \\
\bar{H}_n &= - \bar{Y}_x \cos nx - \bar{Y}_y \cos ny - \bar{Y}_z \cos nz, \\
\bar{Z}_n &= - \bar{Z}_x \cos nx - \bar{Z}_y \cos ny - \bar{Z}_z \cos nz
\end{aligned}$$

die auf jeder Grenzfläche wirkenden, worin  $\bar{X}_x, \dots$  die Werte von  $X_x, \dots$  unendlich nahe an der Grenzfläche von der Seite der inneren Normale  $n$  bedeuten.

6. Die Ausführung der Differentiation in den Ausdrücken von  $\Xi, \dots$  ergibt nun

$$\begin{aligned}
\Xi &= \frac{\mu}{4\pi} L \left( \frac{\partial L}{\partial x} + \frac{\partial M}{\partial y} + \frac{\partial N}{\partial z} \right) + \frac{s}{4\pi} X \left( \frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z} \right) \\
&+ \frac{\mu}{4\pi} M \left( \frac{\partial L}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial x} \right) + \frac{s}{4\pi} Y \left( \frac{\partial X}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial x} \right) \\
&+ \frac{\mu}{4\pi} N \left( \frac{\partial L}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial x} \right) + \frac{s}{4\pi} Z \left( \frac{\partial X}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial x} \right),
\end{aligned}$$

analog für  $H, Z$ .

Es sei unser Körper zunächst in Ruhe; wir lassen durch denselben sich eine elektromagnetische Störung fortpflanzen, die durch bekannte Gleichungen

$$A\mu \frac{\partial L}{\partial t} = \frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial z}, \quad A\varepsilon \frac{\partial X}{\partial t} = \frac{\partial M}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial y} - 4\pi Au,$$

$$A\mu \frac{\partial M}{\partial t} = \frac{\partial X}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial x}, \quad A\varepsilon \frac{\partial Y}{\partial t} = \frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial L}{\partial z} - 4\pi Av,$$

$$A\mu \frac{\partial N}{\partial t} = \frac{\partial Y}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial y}, \quad A\varepsilon \frac{\partial Z}{\partial t} = \frac{\partial L}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial x} - 4\pi Aw,$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} + \frac{\partial M}{\partial y} + \frac{\partial N}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z} = 0$$

dargestellt wird. Dann folgen die Werte von  $\Xi, H, Z$  in der Form

$$\Xi = \frac{As\mu}{4\pi} \frac{\partial}{\partial t} (MZ - NY) + A\mu (Mw - Nv),$$

$$H = \frac{As\mu}{4\pi} \frac{\partial}{\partial t} (NX - LZ) + A\mu (Nu - Lw),$$

$$Z = \frac{As\mu}{4\pi} \frac{\partial}{\partial t} (LY - MX) + A\mu (Lv - Mu),$$

worin

$$u = \frac{X}{k}, \quad v = \frac{Y}{k}, \quad w = \frac{Z}{k}$$

ist und  $k$  den specifischen Widerstand des Körpers bedeutet.

Um nun  $\alpha, \beta, \gamma$  zu finden, sollen wir diese Kräfte als äussere Kräfte in die bekannten Differentialgleichungen der Bewegung elastischer Körper einführen; in gleicher Weise müssen  $\Xi, H, Z$  als äussere Kräfte in die Grenzbedingungen der elastischen Druckkräfte eingesetzt werden. Sind dabei  $X, \dots, N$  periodisch veränderlich, so wird dasselbe auch für  $\alpha, \beta, \gamma$  der Fall, sodass wir im allgemeinen elastische Schwingungen erhalten werden. Da aber, wie schon v. Helmholtz<sup>1)</sup> bemerkt hatte,  $\Xi, \dots, Z$  Grössen zweiten Grades und bei regelmässigen Lichtschwingungen verschwindend kleine zweiter Ordnung sind, so werden auch  $\alpha, \beta, \gamma$  ebenso klein und wir können daher den Einfluss von  $\alpha, \beta, \gamma$  auf  $L, M, N, X, Y, Z$  auch für die bestevacuirtten Räume ausser acht lassen.<sup>2)</sup> Nur für den reinen Aether (sogar ohne Beharrungsvermögen) wäre

1) H. v. Helmholtz, Wied. Ann. 53. p. 139. 1894.

2) H. Hertz, Wied. Ann. 41. p. 398. 1890.

die von diesen Kräften herrührende Bewegung zu untersuchen, wie es v. Helmholtz gethan hat.

7. Nach diesen Ueberlegungen bieten für uns die momentanen Werte von  $\Xi, \dots \Xi_n, \dots$ , also auch von  $X, \dots$  kein Interesse dar; wir werden daher unsere Aufgabe in der Weise beschränken können, dass wir immer nur die mittleren Werte der Kräfte für die ganze Schwingungsperiode in Rechnung ziehen.

Wir nehmen ferner an, dass  $L, M, N, X, Y, Z$  die Form

$$a \cos \left( b - \frac{2\pi t}{T} \right)$$

haben, worin  $a, b$  Functionen der Coordinaten sind, von der Zeit aber unabhängig; dann reducirt sich die Berechnung der Mittelwerte von  $\Xi, \dots$  auf die Integration der Ausdrücke von der Form

$$\begin{aligned} \frac{1}{T} \int_t^{t+T} A \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \cos \left( b - \frac{2\pi t}{T} \right) \cos \left( b' - \frac{2\pi t}{T} \right) \right\} dt \\ + \frac{1}{T} \int_t^{t+T} B \cos \left( b - \frac{2\pi t}{T} \right) \cos \left( b' - \frac{2\pi t}{T} \right) dt, \end{aligned}$$

was offenbar giebt

$$\frac{B}{2} \cos(b - b').$$

Es können also bei den gewöhnlichen Lichtschwingungen die Mittelwerte von  $\Xi, \dots$  nur dann verschwinden, wenn

$$\frac{MZ - NY}{k} = 0, \quad \frac{NX - LZ}{k} = 0, \quad \frac{LY - MX}{k} = 0,$$

also wenn entweder

$$MZ - NY = 0, \quad NX - LZ = 0, \quad LY - MX = 0,$$

oder

$$k = \infty.$$

Da ferner  $MZ - NY, \dots$  die Componenten des bekannten Poynting'schen Vectors darstellen, so sehen wir daraus, dass auch in den Leitern die Werte von  $\Xi, \dots$  innig mit der Bewegung der Energie verbunden sind.<sup>1)</sup>

1) Vgl. H. v. Helmholtz, Wied. Ann. 58. p. 189. 1894.



Von jetzt ab wollen wir im weiteren unter  $X_s, \dots \Xi, \dots \Xi_s, \dots X^2, \dots$  immer die in der angegebenen Weise berechneten Mittelwerte verstehen.

8. Wir stellen uns nun zwei sich an der Ebene  $z = 0$  angrenzende Medien vor und wählen die  $yz$ -Ebene für die Einfallsebene einer linearpolarisirten ebenen Lichtwelle, sodass wir setzen

$$Y = Z = 0, \quad L = 0.$$

Von der Seite der negativen  $z$  liege ein *nichtleitendes* Medium, für welches offenbar gilt

$$\Xi = 0, \quad H = 0, \quad Z = 0,$$

$$X_s = \frac{\mu}{8\pi} (M^2 + N^2) - \frac{e}{8\pi} X^2, \quad X_y = 0,$$

$$Y_y = \frac{\mu}{8\pi} (-M^2 + N^2) + \frac{e}{8\pi} X^2, \quad Y_s = -\frac{\mu}{4\pi} M N,$$

$$Z_s = \frac{\mu}{8\pi} (M^2 - N^2) + \frac{e}{8\pi} X^2, \quad Z_y = 0,$$

und an der Ebene  $z = 0$ , wo  $\cos \pi z = -1$  ist, haben wir

$$\Xi_s = 0, \quad H_s = + \bar{Y}_s, \quad \bar{Z}_s = + \bar{Z}_s.$$

Setzen wir in leicht verständlichen Bezeichnungen

$$X_0 = \mathfrak{A}_0 \cos 2\pi \left( \frac{z \cos \varphi + y \sin \varphi}{\lambda} - \frac{t}{T} \right),$$

$$X_r = \mathfrak{A}_r \cos \left[ 2\pi \left( \frac{-z \cos \varphi + y \sin \varphi}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) + \delta \right]$$

und rechnen wir  $\mathfrak{A}_r$  immer positiv, so folgt für die Mittelwerte  $X^2 = (X_0 + X_r)^2$  etc. auf der Ebene  $z = 0$

$$\frac{\mu}{8\pi} \bar{X}^2 = \frac{1}{2} \frac{e}{8\pi} (\mathfrak{A}_0^2 + \mathfrak{A}_r^2 + 2 \mathfrak{A}_0 \mathfrak{A}_r \cos \delta),$$

$$\frac{\mu}{8\pi} \bar{M}^2 = \frac{1}{2} \frac{e}{8\pi} (\mathfrak{A}_0^2 + \mathfrak{A}_r^2 - 2 \mathfrak{A}_0 \mathfrak{A}_r \cos \delta) \cos^2 \varphi,$$

$$\frac{\mu}{8\pi} \bar{N}^2 = \frac{1}{2} \frac{e}{8\pi} (\mathfrak{A}_0^2 + \mathfrak{A}_r^2 + 2 \mathfrak{A}_0 \mathfrak{A}_r \cos \delta) \sin^2 \varphi,$$

$$\frac{\mu}{4\pi} \bar{M} \bar{N} = -\frac{e}{8\pi} (\mathfrak{A}_0^2 - \mathfrak{A}_r^2) \sin \varphi \cos \varphi.$$

Bezeichnen wir ferner durch  $e_0, e_r$  die Energie in der Volumeneinheit der einfallenden bez. der reflectirten Strahlen, so ist bekanntlich

$$\frac{e}{8\pi} \mathfrak{H}_0^2 = e_0, \quad \frac{e}{8\pi} \mathfrak{H}_r^2 = e_r,$$

und wir bekommen

$$\begin{aligned} \bar{X}_x &= -2\sqrt{e_0 e_r} \cos \delta \cos^2 \varphi, & \bar{X}_y &= 0, \\ \bar{Y}_y &= 2\sqrt{e_0 e_r} \cos \delta + (e_0 + e_r) \sin^2 \varphi, & \bar{Y}_z &= (e_0 - e_r) \sin \varphi \cos \varphi, \\ \bar{Z}_x &= (e_0 + e_r) \cos^2 \varphi, & \bar{Z}_y &= 0 \end{aligned}$$

und folglich

$$\bar{\Xi}_x = 0, \quad \bar{H}_x = (e_0 - e_r) \sin \varphi \cos \varphi, \quad \bar{Z}_x = (e_0 + e_r) \cos^2 \varphi.$$

9. Die Reflexionsebene erleidet also einen *von dem auffallenden und reflectirten Lichte herrührenden schiefen Druck*  $p$  in der Einfallsebene, dessen Richtung mit der  $z$ -Axe einen Winkel  $\psi$  bildet, sodass

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{e_0 - e_r}{e_0 + e_r} \operatorname{tg} \varphi,$$

$$p = \cos \varphi \sqrt{e_0^2 + e_r^2 + 2e_0 e_r \cos 2\varphi}.$$

Führen wir das Reflexionsvermögen  $J_\varphi$  der Ebene  $z=0$  ein, so folgt  $e_r = J_\varphi e_0$ , und

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{1 - J_\varphi}{1 + J_\varphi} \operatorname{tg} \varphi,$$

$$p = e_0 \cos \varphi \sqrt{1 + J_\varphi^2 + 2J_\varphi \cos 2\varphi}.$$

Für den Fall *vollkommener Reflexion* haben wir  $J_\varphi = 1$  und

$$\psi = 0,$$

$$p = 2e_0 \cos^2 \varphi, \quad 1)$$

für *vollkommene Absorption* wird  $J_\varphi = 0$  und

$$\psi = \varphi,$$

$$p = e_0 \cos \varphi,$$

endlich für *normale Incidenz* ist

$$\psi = 0,$$

$$p = e_0 (1 + J_0).$$

1) Vgl. die Betrachtungen von Boltzmann, l. c. p. 292.

Daraus folgt gerade das Resultat von Maxwell für  $J_0 = 0$  und von Boltzmann für  $J_0 = 1$ .

10. Wir stellen uns vor, dass die einfallenden Strahlen einen Kreiscylinder bilden, dessen Axe die  $z = 0$ -Ebene in dem Coordinatenanfang schneidet; diese Strahlen beleuchten auf der Ebene  $z = 0$  eine Ellipse, deren Axen in der Richtung von  $y$  und  $x$ -Axe fallen. Die reflectirten Strahlen bilden offenbar einen ähnlichen Cylinder. Ausserhalb der Schnittpunkte der beiden Cylinder haben wir, wie leicht zu ersehen ist, für die einfallenden Strahlen:

$$\begin{aligned} X_x &= 0, & X_y &= 0, \\ Y_y &= e_0 \sin^2 \varphi, & Y_x &= e_0 \sin \varphi \cos \varphi, \\ Z_x &= e_0 \cos^2 \varphi, & Z_y &= 0. \end{aligned}$$

Eine einfache Coordinatentransformation zeigt, dass diese Kräfte nur eine Resultirende geben, und zwar einen mit der Wellennormale zusammenfallenden Druck, dessen Wert  $e_0$  beträgt, wie es schon Maxwell auf anderem Wege gefunden hat. Ein solcher Druck kann keine auf der Mantelfläche des Cylinders wirkende Kraft ergeben; dasselbe Resultat gilt natürlich auch für die reflectirten Strahlen. Es bleiben also im ersten Medium nur Kräfte in den Schnittpunkten der beiden cylindrischen Mantelflächen.

Ihre grösste Wirkung erhalten diese Kräfte bei der normalen Incidenz. Dann sind die Mittelwerte

$$\frac{e}{8\pi} X^2 = \frac{1}{2} \frac{e}{8\pi} \left( \mathfrak{U}_0^2 + \mathfrak{U}_r^2 + 2 \mathfrak{U}_0 \mathfrak{U}_r \cos \left( \frac{4\pi x}{\lambda} - \delta \right) \right),$$

$$\frac{\mu}{8\pi} M^2 = \frac{1}{2} \frac{\mu}{8\pi} \left( \mathfrak{U}_0^2 + \mathfrak{U}_r^2 - 2 \mathfrak{U}_0 \mathfrak{U}_r \cos \left( \frac{4\pi x}{\lambda} - \delta \right) \right)$$

und folglich

$$X_x = -2 \sqrt{e_0 e_r} \cos \left( \frac{4\pi x}{\lambda} - \delta \right), \quad X_y = 0,$$

$$Y_y = 2 \sqrt{e_0 e_r} \cos \left( \frac{4\pi x}{\lambda} - \delta \right), \quad Y_x = 0,$$

$$Z_x = e_0 + e_r, \quad Z_y = 0$$

und auf der Mantelfläche des Cylinders

$$\Xi_n = -X_x \cos nx, \quad \mathfrak{H}_n = -Y_y \cos ny, \quad \overline{Z}_n = 0.$$

11. Bisher haben wir die Wellenbewegung an der Seite der positiven  $z$  ganz ausser acht gelassen. Jetzt wenden wir uns zu den hier wirkenden ponderomotorischen Kräften. Das Medium mit  $z > 0$  sehen wir als eine Platte an, deren Dicke  $h$  und deren Breite so gross sind, dass kein in die Platte gebrochener Strahl aus derselben heraustritt.

Ist nun unsere Platte unbeweglich, so wird dieselbe durch die im Inneren und auf der vorderen Basis wirkende Kräfte deformirt, was seinerseits die elastische Reaction des Plattenmaterials hervorrufen wird. Diese elastischen Kräfte zu berechnen ist eine sehr schwierige Aufgabe. Es ist aber auch von vornherein klar, dass diese elastische Reaction nicht ohne Einfluss auf die Resultirende der an der Ebene  $z = 0$  wirkenden Kräfte bleiben kann. Auch im Falle der normalen Incidenz verschwinden die Kräfte  $X_x, Y_y$  im Inneren der Platte nicht.

Es wird aber unsere Aufgabe sich sehr vereinfachen, wenn wir uns die Platte als vollkommen beweglich vorstellen; natürlich nehmen wir dann das die Platte umgebende Medium flüssig an. Dann haben wir nur die resultirende Kraft bez. Kräftepaare zu berechnen, die die Platte als ganzes zu verschieben bez. drehen streben. Nun aber sind die Kräfte  $\Xi, H, Z$  im Inneren der Platte und  $\Xi_n, H_n, Z_n$  gerade derart, dass

$$\iint \Xi_n dS + \iiint \Xi d\Omega = 0,$$

und analog für  $H, Z$

$$\iint (y \Xi_n - x H_n) dS + \iiint (y \Xi - x H) d\Omega = 0,$$

und analog für die anderen Drehungsmomente. In diesem Falle haben wir also nur mit der Wellenbewegung im ersten Medium zu thun und die von dem Lichte herrührenden ponderomotorischen Kräfte setzen sich aus einem „Lichtdruck“ zusammen, den die Platte erleidet, und noch aus gewissen Kräften, die im ersten Medium wirksam sind und die Strömungen im flüssigen Dielectricum hervorrufen werden.

12. Wir wollen noch den Fall einer vollkommen durchsichtigen Platte untersuchen, und zwar soll für  $z > h$  wieder dasselbe Medium sein, wie für  $z < 0$ .

Der Einfachheit wegen nehmen wir jetzt  $\varphi = 0$ , also betrachten den Fall der normalen Incidenz, und suchen die die vollkommen bewegliche Platte in Bewegung zu setzenden Kräfte. Da dieselben nach dem früheren nur von dem Lichte ausser der Platte abhängen, so haben wir mit der Lichtbewegung in der Platte nichts zu thun. Es sei  $e_1$  die mittlere Energie der Volumeneinheit der Strahlen, die im ersten Medium sich in der Richtung von der Platte fortpflanzen; ebenso sei  $e_d$  die Energie der Strahlen, die aus der Platte bei  $z = h$  herausgetreten sind. Dann haben wir

$$z = 0, \quad \bar{Z}_0 = e_0 + e_1, \quad \cos n z = -1,$$

$$z = h, \quad \bar{Z}_h = -e_d, \quad \cos n z = +1$$

und die die Platte in der Richtung der  $z$ -Axe bewegende Kraft, der Lichtdruck, wird

$$p = e_0 + e_1 - e_d.$$

Bekanntlich ist

$$e_d = e_0 \frac{1 - J_0}{1 + J_0},$$

$$e_0 = e_1 + e_d,$$

woraus folgt

$$p = 2 e_0 \left( 1 - \frac{1 - J_0}{1 + J_0} \right)$$

oder

$$p = e_0 \frac{4 J_0}{1 + J_0}.$$

Bei  $J = \frac{1}{2}$  würde folgen  $p = e_0$ , gerade wie in dem Falle einer absolut schwarzen Fläche. Da ferner

$$J_0 = \left( \frac{N-1}{N+1} \right)^2$$

ist, so können wir auch schreiben

$$p = 2 e_0 \frac{(N-1)^2}{N^2 + 1}.$$

Für das Glas in der Luft ist  $N = 1,5$ ; für den Diamanten ist  $N = 2,5$ ; das giebt im ersten Falle

$$p = 0,15 \cdot e_0,$$

im dem zweiten

$$p = 0,62 \cdot e_0.$$

Für eine lichtabsorbierende Platte haben wir abgeleitet

$$p = e_0(1 + J_0);$$

für blankes Platin beträgt  $J_0$  etwa 0,70, daraus folgt

$$p = 1,7 \cdot e_0.$$

Wir betrachten dabei die Platte offenbar so dick, dass die Erscheinungen der „dünnen Blättchen“ ausser acht gelassen werden können.

13. Für den zweiten Hauptfall der Polarisation müssen wir

$$M = 0, \quad N = 0, \quad X = 0$$

setzen, dann ist:

$$X_x = \frac{e}{8\pi}(Y^2 + Z^2) - \frac{\mu}{8\pi}L^2, \quad X_y = 0,$$

$$Y_y = \frac{e}{8\pi}(-Y^2 + Z^2) + \frac{\mu}{8\pi}L^2, \quad Y_z = -\frac{e}{4\pi}YZ,$$

$$Z_z = \frac{e}{8\pi}(Y^2 - Z^2) + \frac{\mu}{8\pi}L^2, \quad Z_x = 0,$$

und bekommen wir die früheren Werte von  $X_x, \dots$  nur mit dem Unterschiede, dass  $e$  einen anderen numerischen Wert darstellt. Daraus ist zu schliessen, dass alle unsere Resultate auch jetzt bestehen bleiben. Dann aber ist auch ein directer Uebergang zu dem Falle des natürlichen Lichtes erlaubt, nur muss man unter  $e_0, e_r, J_\varphi$  die entsprechenden Grössen für natürliches Licht verstehen.

14. Ein ganz besonderes Interesse bietet der Fall dar, wenn das auffallende Licht senkrecht zur Einfallsebene polarisirt unter dem Polarisationswinkel  $\varphi$  auffällt. Dann bekommen wir keine Reflexion, sodass

$$e_d = e_0$$

wird und wir haben folgende Componente der die Platte zu bewegen bez. zu drehen strebenden Kräfte:

$$z = 0, \quad \Xi_0 = 0, \quad \bar{H}_0 = e_0 \sin \varphi \cos \varphi, \quad \bar{Z}_0 = e_0 \cos^2 \varphi,$$

$$z = h, \quad \Xi_h = 0, \quad \bar{H}_h = -e_0 \sin \varphi \cos \varphi, \quad \bar{Z}_h = -e_0 \cos^2 \varphi.$$

Die Resultirende dieser Kräfte ist offenbar Null; es er giebt sich nur ein Drehungsmoment, dessen Componenten wir



$M_x, M_y, M_z$  bezeichnen wollen. Es seien ferner  $\bar{x}_0, \bar{y}_0, \bar{z}_0$  und  $\bar{x}_h, \bar{y}_h, \bar{z}_h$  die Coordinaten der entsprechenden Punkte der Ebenen  $z = 0$  bez.  $z = h$ ,  $dS_0, dS_h$  die Flächenelemente; dann ist

$$M_x = \iint (\bar{y}_0 \bar{Z}_0 - \bar{z}_0 \bar{H}) dS_0 + \iint (\bar{y}_h \bar{Z}_h - \bar{z}_h \bar{H}_h) dS_h,$$

analoge Ausdrücke für  $M_y, M_z$ ; nun haben wir offenbar

$$\bar{x}_h = \bar{x}_0, \quad \bar{y}_h = \bar{y}_0 + h \operatorname{tg} \varphi_1, \quad \bar{z}_h = \bar{z}_0 + h, \quad dS_0 = dS_h,$$

woraus folgt

$$M_x = \iint [\bar{y}_0 (\bar{Z}_0 + \bar{Z}_h) - \bar{z}_0 (\bar{H}_0 + \bar{H}_h)] dS_0 + h \iint (\bar{Z}_h \operatorname{tg} \varphi_1 - \bar{H}_h) dS_0,$$

$$M_y = \iint [\bar{x}_0 (\bar{H}_0 + \bar{H}_h) - \bar{y}_0 (\bar{Z}_0 + \bar{Z}_h)] dS_0 - h \operatorname{tg} \varphi_1 \bar{Z}_h \iint dS_0,$$

$$M_z = \iint [\bar{z}_0 (\bar{Z}_0 + \bar{Z}_h) - \bar{x}_0 (\bar{H}_0 + \bar{H}_h)] dS_0 + h \bar{Z}_h \iint dS_0,$$

oder

$$M_x = h S_0 (\bar{Z}_h \operatorname{tg} \varphi_1 - \bar{H}_h), \quad M_y = 0, \quad M_z = 0,$$

worin  $S_0$  die beleuchtete Fläche auf der Ebene  $z = 0$ ,  $\varphi_1$  den Brechungswinkel bedeuten.

Die Substitution der Werthe von  $\bar{Z}_h, \bar{H}_h$  ergibt ferner

$$M_x = e_0 S_0 h \cos \varphi (\sin \varphi - \cos \varphi \operatorname{tg} \varphi_1),$$

oder da

$$\operatorname{tg} \varphi = N = \operatorname{ctg} \varphi_1$$

ist, so folgt endlich

$$M_x = e_0 S_0 h \frac{N^2 - 1}{N(N^2 + 1)}.$$

Für Glas in der Luft berechnet man daraus  $M_x = 0,26 e_0 S_0 h$ ; für den Diamanten  $M_x = 0,29 e_0 S_0 h$ . Das gewonnene Drehungsmoment ist offenbar eine ganz neue Folgerung der elektromagnetischen Lichttheorie.

15. Wir wollen nun den Fall der *sphärischen* Wellen untersuchen. Es liege der Coordinatenanfang in dem leuchtenden Punkte, die Reflexionsebene sei die Ebene  $z = h$ ; wir behalten

frühere Richtungen der Coordinatenaxen und nehmen die auffallende Kugelwelle elliptisch polarisirt. Setzen wir ferner

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2,$$

$$\theta_n = 2\pi \left( \frac{r}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) + \delta_n, \quad n = 1, 2, 3,$$

so ist zu nehmen für die auffallende Welle<sup>1)</sup> (mit gewöhnlicher Annäherung)

$$X_0 = \frac{1}{r} \left( \mathfrak{B} \frac{\partial r}{\partial z} \cos \theta_2 - \mathfrak{C} \frac{\partial r}{\partial y} \cos \theta_3 \right),$$

$$Y_0 = \frac{1}{r} \left( \mathfrak{C} \frac{\partial r}{\partial x} \cos \theta_3 - \mathfrak{A} \frac{\partial r}{\partial z} \cos \theta_1 \right),$$

$$Z_0 = \frac{1}{r} \left( \mathfrak{A} \frac{\partial r}{\partial y} \cos \theta_1 - \mathfrak{B} \frac{\partial r}{\partial x} \cos \theta_2 \right),$$

woraus folgt

$$L_0 = \frac{1}{r} (\alpha_1 \cos \theta_1 + \alpha_2 \cos \theta_2 + \alpha_3 \cos \theta_3),$$

$$M_0 = \frac{1}{r} (\beta_1 \cos \theta_1 + \beta_2 \cos \theta_2 + \beta_3 \cos \theta_3),$$

$$N_0 = \frac{1}{r} (\gamma_1 \cos \theta_1 + \gamma_2 \cos \theta_2 + \gamma_3 \cos \theta_3),$$

dabei ist

$$\alpha_1 = -\sqrt{\frac{s}{\mu}} \mathfrak{A} \left\{ \left( \frac{\partial r}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial r}{\partial z} \right)^2 \right\}, \quad \alpha_2 = \sqrt{\frac{s}{\mu}} \mathfrak{B} \frac{\partial r}{\partial y} \frac{\partial r}{\partial x},$$

$$\alpha_3 = \sqrt{\frac{s}{\mu}} \mathfrak{C} \frac{\partial r}{\partial z} \frac{\partial r}{\partial x},$$

$$\beta_1 = \sqrt{\frac{s}{\mu}} \mathfrak{A} \frac{\partial r}{\partial x} \frac{\partial r}{\partial y}, \quad \beta_2 = -\sqrt{\frac{s}{\mu}} \mathfrak{B} \left\{ \left( \frac{\partial r}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial r}{\partial x} \right)^2 \right\},$$

$$\beta_3 = \sqrt{\frac{s}{\mu}} \mathfrak{C} \frac{\partial r}{\partial z} \frac{\partial r}{\partial y},$$

$$\gamma_1 = \sqrt{\frac{s}{\mu}} \mathfrak{A} \frac{\partial r}{\partial x} \frac{\partial r}{\partial z}, \quad \gamma_2 = \sqrt{\frac{s}{\mu}} \mathfrak{B} \frac{\partial r}{\partial y} \frac{\partial r}{\partial z},$$

$$\gamma_3 = -\sqrt{\frac{s}{\mu}} \mathfrak{C} \left\{ \left( \frac{\partial r}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial r}{\partial y} \right)^2 \right\}.$$

1) P. Volkmann, Vorlesungen über die Theorie des Lichtes p. 65. Leipzig 1891.

Für die reflectirte Kugelwelle müssen wir nehmen

$$r'^2 = x^2 + y^2 + (2h - z)^2,$$

und  $\mathfrak{A}$ ,  $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{C}$ ,  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\theta_3$  bez. durch  $\mathfrak{A}'$ ,  $\mathfrak{B}'$ ,  $\mathfrak{C}'$ ,  $\theta_1'$ ,  $\theta_2'$ ,  $\theta_3'$  ersetzen; es ist dabei offenbar für  $z = h$

$$\frac{\partial r'}{\partial x} = \frac{\partial r}{\partial x}, \quad \frac{\partial r'}{\partial y} = \frac{\partial r}{\partial y}, \quad \frac{\partial r'}{\partial z} = -\frac{\partial r}{\partial z}; \quad \bar{r} = \bar{r}'$$

und die Berechnung von den Mittelwerten  $\bar{X}^2 = (\bar{X}_0 + \bar{X}')^2, \dots$ , wenn auch langweilig, bietet doch keine Schwierigkeit dar.

In dieser Weise berechnen wir die Normalcomponente des Druckes auf die Ebene  $z = h$  zu

$$\bar{Z}_h = (\bar{\varepsilon}_0 + \bar{\varepsilon}_r) \left( \frac{\partial \bar{r}}{\partial z} \right)^2 = (\bar{\varepsilon}_0 + \bar{\varepsilon}_r) \cos^2 \varphi,$$

worin  $\bar{\varepsilon}_0$ ,  $\bar{\varepsilon}_r$  die mittlere Energie der Volumeneinheit der einfallenden bez. der reflectirten Strahlen bei der Ebene  $z = h$  bedeuten; dabei sind natürlich diese Grössen, wie auch  $\varphi$ , für verschiedene Strahlen verschieden.

16. Es sei nun  $i_0$  diejenige Energie, die die auffallende Welle in einer Secunde auf die Einheit der Fläche  $z = h$  bringt; die analoge Grösse für die reflectirte Welle sei  $i_r$ ; bezeichnen wir mit  $V$  die Lichtgeschwindigkeit, so folgt, wie leicht zu sehen ist,

$$\bar{\varepsilon}_0 = \frac{i_0}{V \cos \varphi}, \quad \bar{\varepsilon}_r = \frac{i_r}{V \cos \varphi},$$

$$\bar{Z}_h = \frac{i_0 + i_r}{V} \cos \varphi.$$

Diese Beziehung bleibt auch dann gelten, wenn man eine *strahlende* Fläche hat; dann ist nur  $i_0 + i_r$  durch die ausgestrahlte Energie zu ersetzen.

Betrachten wir z. B. eine absolut schwarze Fläche, deren 1 qcm in der Zeiteinheit normal die Energie  $i$  ausstrahlt, dann ist für den Winkel, der zwischen  $\varphi$  und  $\varphi + d\varphi$  liegt,

$$i_\varphi = i \cos \varphi$$

und die entsprechende Druckcomponente wird

$$\bar{Z}_h = \frac{i_\varphi \cos \varphi}{V} = \frac{i \cos^2 \varphi}{V}.$$

Die Menge solcher Strahlen ist bekanntlich  $2\pi \sin \varphi d\varphi$ , und folglich beträgt der Druck, zum Flächenelement  $dS$  normal,

$$p_\lambda = \frac{2\pi}{V} i \int_0^{\pi/2} \cos^2 \varphi \sin \varphi d\varphi, \quad p_\lambda = \frac{1}{3} \frac{\pi i}{V}.$$

Stellt nun  $E_\lambda$  das Gesetz der Energieverteilung im Spectrum des absolut schwarzen Körpers dar, so haben wir

$$i = E_\lambda d\lambda,$$

$$p_\lambda = \frac{2\pi}{3} \frac{E_\lambda}{V} d\lambda.$$

Der Gesamtdruck ergibt sich daraus zu

$$p = \frac{2\pi}{3} \int_0^\infty \frac{E_\lambda}{V} d\lambda.$$

Ist  $V$  von  $\lambda$  unabhängig, wie es für den Aether der Fall ist, so folgt einfach

$$V = \frac{1}{A}, \quad p = \frac{2\pi}{3} E A, \quad E = \int_0^\infty E_\lambda d\lambda.$$

Kasan, December 1900.

(Eingegangen 31. Januar 1901.)

### 15. *Ueber den Magnetismus des Eisens;* *von Carl Fromme.*

Hr. P. Holitscher<sup>1)</sup> hat kürzlich in diesen Annalen „Experimentelle Untersuchungen über den remanenten Magnetismus des Eisens“ veröffentlicht. Sämtliche Versuche sind mit einem einzigen Eisenkörper ausgeführt, einem Stab aus Juraeisen von 36 cm Länge und 0,288 cm Dicke, der in die Form eines Rotationsellipsoids gebracht war. So verdienstlich es nun auch sonst ist, einen einzelnen, wohl definirten Körper gründlich, statt viele, ihrer Zusammensetzung und Form nach schlecht definirte Körper unvollständig zu untersuchen, so wenig angebracht erscheint es, auf dem Gebiete des Magnetismus, wo nicht allein kleine Unterschiede in den Beimengungen des Eisens, sondern auch Verschiedenheiten der Länge und der Dicke des Körpers ein so wichtiges Wort mit reden, die Aussprache von Gesetzen auf Versuche mit einem einzigen Object zu gründen. Denn jeder folgende Versuch mit einem anderen Object kann die aufgestellten Gesetze wieder umwerfen.

Glücklicherweise sind aber die meisten der Resultate, die Hr. Holitscher erhalten hat, längst bekannt und sicher begründet, und wo sie bekannten nicht zu entsprechen scheinen, da erklärt sich dies zum Teil aus der Beschränkung der Untersuchung auf einen einzigen Körper; zum Teil spielen wohl auch noch andere Ursachen mit.

Bekannt ist erstens „der Einfluss der Anzahl der erfolgten Impulse (der magnetisirenden Kraft) auf das remanente Moment“. Ich<sup>2)</sup> habe diesen Einfluss ausführlich untersucht und namentlich auch schon die Abhängigkeit der Erscheinung von der Grösse der Kraft und ihren Zusammenhang mit dem Wendepunkt des remanenten Momentes festgestellt. Das Verhältniss zwischen dem durch den ersten bez. zweiten Impuls erzeugten Moment

1) P. Holitscher, Ann. d. Phys. 3. p. 683. 1900 (Auszug aus der Inaugural-Dissertation, Zürich 1900).

2) C. Fromme, Pogg. Ann. Ergbd. 7. p. 390. 1875; Wied. Ann. 4. p. 78—87. 1878.

zu dem durch eine grosse Anzahl von Impulsen der Kraft erzeugten  $RM_1/RM$  bez.  $RM_2/RM$  scheint aber in meinen Versuchen mit abnehmender Kraft schliesslich die Eins zu erreichen, während Hr. Holitscher für  $RM_1/RM$  eine Convergenz gegen 0,94 annimmt.

Bekannt ist zweitens auch, wie sich das ganze (bei Hrn. Holitscher *momentane*), von einer Kraft inducirte und das verschwindende Moment bei wiederholten Impulsen der Kraft verhalten.

Hr. Holitscher sagt p. 698: „Das momentane magnetische Moment ist in *keiner* Abhängigkeit von der Zahl der Impulse, es bleibt, abgesehen von kleinen Unregelmässigkeiten namentlich bei dem ersten Impuls, constant.“ Dieser Anspruch wird dann freilich p. 705 dahin modificirt, dass „bei grösseren Kräften das gesamte Moment bei dem ersten Impuls einen um ca. 1 Proc. grösseren Wert anzeige, um erst bei dem zweiten Impuls auf den constant annehmbaren Wert abzusinken“. Dass das ganze Moment durchaus regelmässig mit der Zahl der Impulse variirt, dass es aber je nach der Grösse der vorhergegangenen und der gegenwärtigen Kraft entweder eine Abnahme oder eine Zunahme zeigen kann, habe ich l. c. durch ausführliche Versuche belegt. Dass das verschwindende Moment mit wachsender Impulszahl *stets* abnimmt, ist ebendort auch schon gezeigt.

Bekannt sind drittens durch ausgedehnte Untersuchungen meinerseits<sup>1)</sup> alle diejenigen Resultate Hrn. Holitscher's, die sich auf den Einfluss der Magnetisirungs- und Entmagnetisierungsgeschwindigkeit beziehen. Einen Einfluss der Magnetisierungsgeschwindigkeit hat Hr. Holitscher weder bei dem remanenten noch bei dem gesamten Moment gefunden. Aus meinen Untersuchungen geht dagegen mit voller Deutlichkeit hervor, dass mit steigender Magnetisierungsgeschwindigkeit das Gesamtmoment wächst. Das negative Resultat des Hrn. Holitscher erklärt sich aus der geringen Dicke seines Stabes im Vergleich zur Länge.

Bekannt ist viertens auch<sup>2)</sup>, welchen Einfluss eine kleine Kraft, die nach einer grösseren wirkt, auf das von dieser

1) C. Fromme, Wied. Ann. 5. p. 845. 1878; 18. p. 442. 1889; 44. p. 188. 1891.

2) l. c. 43. p. 181. 1891.



hinterlassene remanente Moment ausübt. Hr. Holitscher findet, „dass wenn das remanente Moment durch genügend oft wiederholte Einwirkung einer gewissen Kraft seinen Grenzwert  $M_{rm}$  erreicht hat, nicht nur eine grössere Kraft, sondern auch eine *etwas* kleinere Kraft denselben vergrössern kann“. Das ist richtig, aber falsch ist, „dass keine, wie immer geartete, gleichgerichtete Kraft dieses  $M_{rm}$  *verkleinern* könne“. Vielmehr verhält es sich so, dass die *etwas* kleineren Kräfte das  $M_{rm}$  *vergrössern* und die *viel* kleineren es *schwächen*. Zwischen beiden Gruppen von Kräften liegt eine neutrale Kraft, mit der ich besonders interessante Versuche angestellt habe.

Ich komme schliesslich zu einer Frage, welche Hr. Holitscher nach seinen Versuchen bejahen zu müssen glaubt, während sie von Frankenheim im negativen Sinne beantwortet war, zu der Frage nach dem Einfluss der Magnetisierungsdauer auf das remanente Moment. Die Versuche Hrn. Holitscher's wurden in der Weise angestellt, dass der Stab zuerst so oft einer Magnetisierungsdauer von 5 sec unterworfen wurde, bis das remanente Moment nicht mehr zunahm. Dann erst wurde die Dauer der Magnetisierung auf 10 sec gesteigert, und dies wieder bis zur Erreichung eines constanten Grenzwertes des remanenten Momentes wiederholt, und so fort bis zur Magnetisierungsdauer von  $1\frac{2}{3}$  Min. Es ergab sich ein Anwachsen des Grenzwertes mit wachsender Dauer der Kraftwirkung bei kleinen wie bei grossen Kräften. Meine Bedenken gegen die Beweiskraft dieser Versuche gründen sich auf die Nichtbeachtung folgender zwei Punkte.

Bei der zuerst angewandten Magnetisierungsdauer von 5 sec wächst das remanente Moment zunächst stark mit Wiederholung der Impulse an, die Zunahme wird dann bei weiteren Impulsen kleiner und immer kleiner. In dem von Hrn. Holitscher angeführten Beispiel ist eine Zunahme bis zum fünften Impuls bemerkbar, die folgenden 9 Impulse ändern das remanente Moment nicht mehr, daher wird das Mittel aus den letzten (10) Impulsen 17,14 als Maximalwert bei einer Dauer von 5 sec betrachtet. Nunmehr wird zu einer Magnetisierungsdauer von 10 sec übergegangen, hier wie bei allen höheren Zeiten werden aber nur 5 Impulse angewandt, und als Maximalwerte für 10, 20, 30, 40, 50, 60, 75 sec Magnetisierungsdauer

17,82, 17,82, 17,96, 18,04, 18,10, 18,15, 18,20 gefunden. Ich glaube nun, dass dieses Anwachsen des remanenten Momentes zum Teil immer noch als Wirkung der vermehrten Impulszahl gedeutet werden kann, denn die 14 Impulse bei je 5 sec Wirkungsdauer haben wohl kaum genügt, den allein durch Vermehrung der Impulse erreichbaren Grenzwert herbeizuführen. An anderer Stelle (p. 697) giebt denn auch Hr. Holitscher an, dass „nicht, wie oft angeführt wird, bei einer geringen Anzahl von Impulsen das Maximum erreicht wird, da selbst nach neuerdings erfolgten 20 Impulsen fernere 100 Impulse eine weitere Steigerung des remanenten Momentes verursachen“.

Zweitens geht aus der Beschreibung der Versuche nicht hervor, ob Hr. Holitscher auf die magnetische Nachwirkung Rücksicht genommen hat. Denn es fehlt jede Bemerkung darüber, wieviel Secunden oder Minuten nach Oeffnung des magnetisirenden Stromes bis zur Ablesung des remanenten Momentes verflossen. Vollzog sich aber diese Beobachtung alsbald nach Oeffnung, so steckt in den Werten des remanenten Momentes noch ein Teil der Nachwirkung, und diese wird im allgemeinen um so grösser sein, je grösser die Wirkungsdauer der Kraft war. Um also die Frage einwurfsfrei zu beantworten, wäre es nötig gewesen, mit der Ablesung des remanenten Momentes jedesmal so lange Zeit zu warten, bis sicher alle Nachwirkung verschwunden ist. Merkwürdigerweise findet Hr. Holitscher das ganze während der Wirkung einer Kraft bestehende Moment unabhängig von der Wirkungsdauer der Kraft. Wegen der magnetischen Nachwirkung sollte man aber eine Zunahme mit wachsender Dauer erwarten. Ich vermute deshalb, dass die Nachwirkung bei dem untersuchten Stabe nur klein war, und dass die gefundene Zunahme des remanenten Momentes mit der Dauer der Kraft vorzugsweise durch die bei 5 sec Dauer zu geringe Zahl der Impulse zu erklären ist.

Giessen, Februar 1901.

(Eingegangen 9. Februar 1901.)

## Personalmotizen.

**Dr. der Physik**, der als Assistent zur Leitung des Practicums an einer Universität angestellt war, und verschiedentlich wissenschaftliche Arbeiten veröffentlicht hat, sucht

### Assistentenstelle

zum 1. April.

Gefl. Offerten sub **A. Z.** an die Expedition, **J. A. Barth**, Leipzig, Rossplatz 17, erbeten.

### Zu verkaufen:

**Quecksilber-Normalbarometer**, System **Wild-Fuess**, tadelloos erhalten.

Anfrag. u. **B. 1 a. d.** Verlag d. Annalen: **Joh. Ambr. Barth**, Leipzig, Komplatz 17.

## Geschäftsanzeigen.

**W. Niehls, Berlin N. 37, Schönhauser Allee 171.**

Kgl. Preuss. Staatsmedaille. Weltausstellung Paris 1900. Goldene Medaille.

### Glustechnische Instrumente.

Spezialität: Hochgradige Quecksilber-Thermometer  $+550^{\circ}$  u.  $530^{\circ}$  Cels. mit und ohne Prüfungsscheine der Phys. Techn. Reichsanst. Thermometer für Kilgrade bis  $-200^{\circ}$  Cels. Selbstthätige Luftpumpen nach Professor Neesen. Apparate für Schulen.

Märtscale für Glas nach Niehls, im Kästchen nebst Probirstäbchen.

Glasbläse, in welchen das Kücken nach meiner Konstruktion gasdicht festgehalten wird.



Eiche od. Nuss

**Soennecken's**

**Staubdicht**

## Ideal - Bücherschränke

Unbegrenzt  
vergrößerbar

Eigene  
Fabrikation

Absätze einzeln  
kündlich

**F. Soennecken • Bonn • Berlin Friedr. St. 73!**

# Funkeninduktor System Wydts

mit geléeartiger Isolation nach D. R. P. 96 823.

Ein aufrechtstehender fester Papiermachécylinder enthält Eisenkern, Primärspule und die sehr kleine Secundärspule. Dieselben sind eingebettet in eine elastische, **geléeartige Isolationsmasse**, welche weder hygroscopisch wie Hartgummi u. dergl., noch leichtbeweglich wie Öl ist, demnach die Hauptfehler dieser Isolationskörper vermeidet, sodass ein Durchschlagen unmöglich genannt werden kann. Die Anwendung dieser vorzüglichen Isolationsmasse erlaubte es, der Secundärspule eine derartige Form und Lage zu geben, dass die Kraftlinien der Primärspule mehr ausgenutzt werden, als dies bisher geschah. Der **Nutzeffekt** ist infolgedessen **bedeutend erhöht**.

Die **Physikalisch-Techn. Reichsanstalt** konstatierte bei der Untersuchung eines 15 cm Funkeninduktors System Wydts, dass derselbe **regelmässige 16 cm lange Funken** gab schon bei 6 Volt und 2 Ampères, also **12 Watt Stromverbrauch**.

Die Funkeninduktoren System Wydts sind sehr leicht und infolge ihres widerstandsfähigen Aufbaues und der elastischen Einbettung der Spulen wirklich **transportabel**.

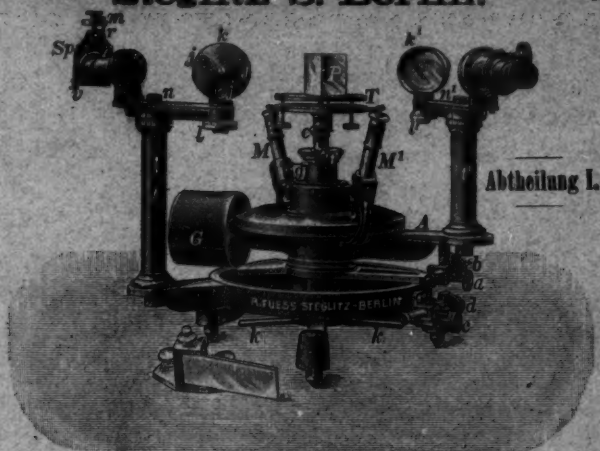
Trotz der mannigfachen Vorzüge dieser Funkeninduktoren ist der **Preis derselben doch bedeutend niedriger** als anderer Fabrikate. Hierzu kommt noch, dass auch die Ausgaben für Akkumulatoren **bedeutend reduziert** sind.

Vergl. D'Arsonval (Académie des Sciences, Sitzung am 25. Juli 1898), Dr. G. Bardet (Société de Thérapeutique, 24. November 1897), Le Roy (Société Industrielle de Rouen, 14. Januar 1898).

**Vollständige Röntgeneinrichtungen**  
ausgerüstet mit **Funkeninduktor System Wydts** liefert  
**„Elektra“, G. m. b. H., Düsseldorf-Bilk.**

==== Man verlange Prospekt. ====

# R. Fuess, mechanisch-optische Werkstätten. Steglitz b. Berlin.



Spectrometer, Quarzspectrographen nach Schumann, Gitterspectrographen eigener Construction, Heliostaten, Kathetometer, Projectionsapparate etc.

(Siehe auch das Insert im vorigen Hefte.)

— **Alle Instrumente meist am Lager.** —

## Richard Müller-Uri BRAUNSCHWEIG, neben der Hochschule. Physikalische Demonstrations-Apparate.

→ Weltausstellung Paris 1900: Silberne Medaille. →

**Neueste Glastechnische Constructionen, u. A.:**

Vacuum-Seala nach Cha's E. Cross. — Accumulatoren. — Absolute Vacuum-Röhre nach v. Reppmann. — Arons' Schwingungsröhre u. Hg.-Bogenlampe. — Vacuum-Gefässe für flüssige Luft nach Dewar und nach Weinhold (vierwandig). — Eis calorimeter mit ff. Hahn und Theilung, verbessert. — Exner's Elektroskop. — Kanalstrahlen-Röhre nach Wien. — Lenard's Vorkammer-Röhre. — Vacuummeter nach MacLeod. — Geissler'sche Röhren. — Resonator-Flaschen nach Lodge. — Neue Crookes' Röhren. — Röntgen-Röhren, bewährteste Constructionen. — Strom-Demonstrations-Apparat Möller-Schmidt. — Tesla-Transformator und Vacuum-Röhren.

Stärkste Trockensäulen nach Dolezalek-Nernst und nach Elster-Geitel. — MacFarlan Moore's Vacuum-Vibrator-Apparat u. Leuchtröhren. — Zehender'sche Röhren. — Absorpt.-Spectralröhre mit 3 Kugeln. — Dr. Franke's elektr. Präcisions- und Messapparate.

# Wetzlarer Optische Werke

M. Hensoldt & Söhne, Wetzlar. G. m. b. H.

**Fernrohr-Objektive**, achromatische für astronomische, geodätische und physikalische Instrumente.

**Fernrohr-Okulare**, astronomische und terrestrische, eigener Konstruktion (Hensoldt's orthoskopische Okulare).

**Photographische Objektive.**

**Objektive und Okulare für Mikroskope.**

**Hensoldt's Ablesemikroskope** für Kreis- und Längentheilungen in allen Grössen und Verhältnissen, komplett mit Glasmikrometer; einfache, sichere und bequeme Ablesung.

**Hensoldt's mikroskopische Lupen** zum Ablesen der Nonien ohne Parallaxe.

**Stativ-Fernrohre**, monokulare und binokulare.

**Ablese-Fernrohre** für nahe Objekte, anallaktische und verkürzte Fernrohre.

**Prismen** jeder Art und Grösse für optische u. physikalische Zwecke.

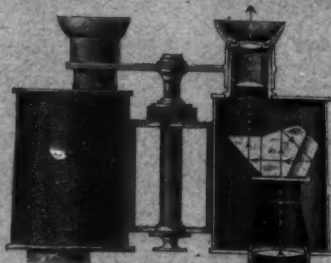
**Pentagon-Winkelprismen** für  $90+180^\circ$  mit grossem Gesichtsfeld und klarem, hellem Bild.

**Mikroskopische Glasteilungen** jeder Art in höchster Vollkommenheit.

## == Neue Konstruktionen. ==

**Hensoldt's Pentaprisminocle**, höchste unübertroffene Lichtstärke.

Scharfe korrekte  
Bilder.  
Flache handliche  
Form.



Grosses ebenes  
Gesichtsfeld.  
Vergrösserung  
4—12 mal.

**Hensoldt's Stereobinocle**, lichtstarkes Doppelfernrohr mit terrestrischen Okularen (sehr handlich).

**Hensoldt's kurze Handfernrohre** mit verstellbarer Vergrösserung.

**Hensoldt's neuer Distanzmesser**, D. R. P. No. 118651, handliches Tascheninstrument zur schnellen Bestimmung von Entfernungen „ohne Tabelle“.

Ausführung optischer Neukonstruktionen nach Angaben und Vorschlägen.

— Kataloge gratis und franko. —



---

---

# **Carl Zeiss, Optische Werkstätte, Jena.**

Berlin NW., Dorotheenstr. 29. II.

London W., Regent Street, Margaret Street 29.

## **== Abtheilung für optische Messinstrumente. ==**

### **Spektrometer und Refractometer für feste und flüssige Körper**

(14 verschiedene Modelle) für physikalische und physikalisch-chemische Untersuchungen, für Lehr- und Uebungszwecke, für die Zwecke der praktischen Optik, für krystallographisch-mineralogische Untersuchungen und für chemisch-technische Zwecke.

### **Prismen jeder Art und optisch-physikalische Präparate. Spektroskope.**

(Hand- und Taschenspektroskope, Vergleichsspektroskope für die gleichzeitige Beobachtung von zwei bez. drei Spektren.)

### **Winkel- und Längenmessapparate.**

(Goniometer, Dickenmesser, Comparatoren, Sphärometer, Focometer.)

### **Interferenzapparate.**

(Dilatometer, Interferenzmessapparat, Interferenztischen etc.)

### **Interferenzrefractometer und Schlierenapparate.**

### **Stereoskopischer Entfernungsmesser**

und verschiedene zu Demonstrationszwecken dienende Instrumente.

### **Ausführung von Neuconstructionen optischer Apparate nach speziellem Auftrag.**

Beschreibung der einzelnen Apparate und Preislisten werden auf Wunsch gratis und franco zur Verfügung gestellt.

Ausserdem stehen Interessenten gratis und franco zur Verfügung unsere Kataloge über:

Mikroskope und mikroskopische Hilfsapparate,  
Apparate für Mikrophotographie und Projection,  
Mikroprojectionsapparate für durchfallendes und auffallendes Licht,  
Photographische Objective und optisch-photographische Hilfsapparate,

Zeiss-Feldstecher und Relief-Fernrohre,

Neue binoculare und monoculare Stand-(Aussichts-)Fernrohre,

Astronomische Objective und Instrumente.

---

---

---

Verlag von Johann Ambrosius Barth in Leipzig.

---

Vor Kurzem erschienen:

**Vorlesungen**  
über  
**hydrodynamische Fernkräfte.**

Nach  
**C. A. Bjerknes Theorie**  
von

**V. Bjerknes.**

Professor an der Universität Stockholm.

Band I. 1900. XVI, 338 Seiten mit 40 Figuren.

Preis M 10.—

---

Die hydrodynamischen Untersuchungen von Prof. C. A. Bjerknes in Christiania, durch welche besonders eine sehr umfassende Analogie von hydrodynamischen Erscheinungen zu elektrischen und magnetischen hervorgetreten ist, sind bis jetzt wesentlich nur durch die Experimente mit pulsierenden und oscillierenden Kugeln allgemeiner bekannt geworden. Von der Theorie, welche zu diesen Versuchen geführt hat, ist bis jetzt nur sehr wenig publiciert worden. Die von C. A. Bjerknes' eigener Hand vorliegenden, meistens an schwer zugänglichen Stellen publicierten und teilweise nur in norwegischer Sprache geschriebenen theoretischen Abhandlungen gehören alle nur dem frühesten Entwicklungstadium dieser Untersuchungen an.

Als sein Sohn und vieljähriger Mitarbeiter hat der Verfasser es nun übernommen, die wichtigsten Resultate im Zusammenhang zu bearbeiten. Der erste Band ist durch die weitere Ausarbeitung von Vorlesungen entstanden, welche der Verfasser an der Hochschule zu Stockholm gehalten hat!

Der folgende zweite Band wird die Experimente beschreiben, durch welche die im ersten Band entwickelten theoretischen Resultate bestätigt worden sind.

== Zu beziehen durch alle Buchhandlungen. ==

---

## Rich. Magen,

Optiker und Mechaniker,

Berlin NW. 40, Scharnhorstr. 34a.

### Für Spiegelgalvanometer:

Flachparallel-Spiegel v. 2 bis 30 mm Durchm.  
Ganz dünn u. leicht, sowie Hochspiegel von  
14 mm Durchm. 1—1,5 Mtr. etc. bis 2 Mtr. Focus.  
Flachspiegel von 1/2 bis 1 Mtr. lang. Mess-  
stäbe in Glas u. Metall (in beliebigen Inter-  
vallen) bis 1/100 mm genau. Interferenzgitter  
für Schulen von 10—400 Striche per mm.  
Flachparallelglas jeder Stärke. Glasprismen.  
Metallspiegel in Spiegelmetall.

Preisverzeichnis gratis.



**Ernst Maack,**  
Hamburg-Hohenfelde,  
Spezial-Fabrik für  
Nignon- u. Batterielampen  
sowie Lämpchen  
für medicin. Zwecke.

### Bestes galv. Element



für physik.-chemische  
Laboratorien.  
ff. Referenzen.

Brochüre gratis.  
**Umbreit & Matthes,**  
Leipzig-Pl. II.

# Aron-Zähler.

**Gleichstrom-Umschalt-Zähler,  
Wechselstrom-Umschalt-Zähler,  
Drehstrom-Umschalt-Zähler**

mit elektrischem Selbst-Aufzug und automatischer Regulierung.

**H. Aron, Elektrizitätszählerfabrik**

G. m. b. H.

**Charlottenburg,**

**Wilmsdorferstrasse 39.**

Telegramm-Adresse: **Aronmeter.**

## E. DUCRETET

PARIS — 75, rue Claude-Bernard — PARIS.

**Grands-Prix** { Paris 1889 — Anvers 1894  
Expositions Universelles { Bruxelles 1897 — Paris 1900

**Cabinets de physique complets.**

Appareils de Mesures électriques.

Télégraphie sans fil Popoff - Ducretet. Téléphone.

haut-parleur Gaillard. Matériels complets Rayons

X Röntgen, et courants de haute fréquence.

Photothéodolites de M. le Colonel Lussadat.

— Catalogues et notices illustrés. —



Verlag von Johann Ambrosius Barth in Leipzig.

Vor Kurzem erschien:

Die  
**Entladung der Elektrizität durch Gase**

VON

**J. J. Thomson,**

übersetzt von

**Dr. P. Ewers,**

ergänzt und mit einem Vorwort versehen

VON

**Prof. Dr. H. Ebert.**

VIII, 144 Seiten mit 41 Abbildungen. 1900.

Preis broch. M 4.50, geb. M 5.50.

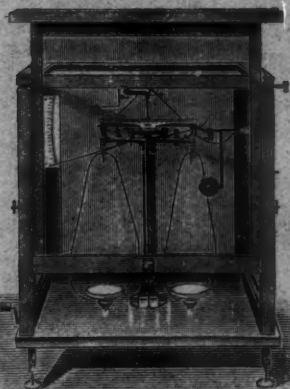
*Zeitschr. f. phys. Chemie*, XXXV. 1900. Das englische Buch ist vor drei Jahren veröffentlicht worden. Um der schnellen Entwicklung gerade in diesem Gebiete Rechnung zu tragen, hat der Herausgeber entsprechende Ergänzungen und Zusätze vorgenommen, so dass die deutsche Ausgabe einen ziemlich vollständigen Überblick über den gegenwärtigen Stand der sehr interessanten, wenn auch noch zahllose ungeklärte Probleme bietenden Angelegenheit gewährt. . . . Das Buch wird zur weiteren wissenschaftlichen Bearbeitung des Gebietes beitragen. W. O.

*Die Umschau*, 1900. Nr. 37. Kein zweites Gebiet der Physik hat in den letzten Jahren so überraschende Fortschritte aufzuweisen wie dasjenige der Erscheinungen, welche mit dem Durchgang der Elektrizität durch Gase verknüpft sind. Während die Entdeckung der Röntgenstrahlen das Interesse weitester Kreise in Anspruch nahm, ist man andererseits im Verfolg dieser Entdeckung auf Erscheinungen gestossen, von welchen neue Aufschlüsse über die letzten Fragen wissenschaftlicher Forschung, über die Konstitution der Materie und des Äthers, erwartet werden dürfen. Zur Schilderung dieses Gebietes sind wenige in gleichem Masse berufen wie J. J. Thomson, der dasselbe durch eigene Untersuchungen bereichert hat, aber zugleich mit den Leistungen anderer wohlvertraut ist. Mit der Übersetzung seines Buches ist deshalb der deutschen Fachwelt ein Dienst erwiesen, zumal die Veranstalter der deutschen Ausgabe den Inhalt, der im Original bereits aus dem Jahre 1898 stammt, durch Zusätze dem gegenwärtigen Stande der Wissenschaft entsprechend erweitert haben. Dr. B. Dessoir.

# PAUL BUNGE

HAMBURG, Ottostrasse 13.

Nur erste Preise auf sämtlichen beschickten Ausstellungen.  
Bruxelles 1897 — Diplome d'honneur und Extra-Ehrenpreis von  
Fr. 500.—, Weltausstellung Paris 1900 — Grand Prix.



## Mechanisches Institut,

gegründet 1866.

Spezialität:

Physikalische und analytische  
Waagen

in garantirt vorzüglicher Aus-  
führung und allen Preislagen.

Schnellschwingende  
Waagen für Chemiker.



Preislisten kostenfrei.

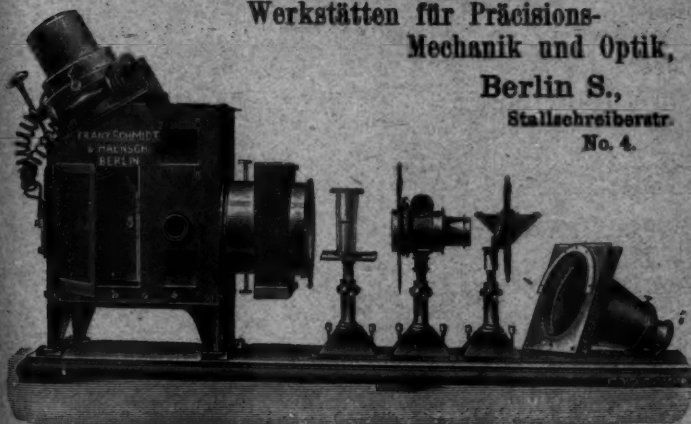
## Franz Schmidt & Haensch,

Werkstätten für Präzisions-  
Mechanik und Optik,

Berlin S.,

Stallschreiberstr.

No. 4.



Polarisations-Apparate, Spektral-Apparate, Spektrometer,  
Photometer, Spektral-Photometer, Colorimeter, Refraktometer,  
Projektions-Apparate mit sämtlichen Neben-Einrichtungen (optische  
Bänke etc.), mikrophotographische Apparate, Ableser-Fernrohre  
und -Mikroskope etc. etc.

Prospecte gratis und franco.



**Wissenschaftliche und technische Instrumente**  
für  
**elektrische und magnetische Messungen**

liefern

**Hartmann & Braun, Frankfurt a. M.**

Die Firma unterhält ein mit allen modernen Hilfsmitteln reich ausgestattetes, unter wissenschaftlicher Leitung stehendes Laboratorium in besonderem Institutsgebäude.

Der 10 Bogen starke Katalog in 3 Ausgaben — deutsch englisch, französisch — mit 200 Abbildungen und Beschreibungen, enthält insbesondere:

**Galvanometer**

verschiedener Gattung, mit Angaben über Empfindlichkeit, alle Arten von

**Widerstands-Messinstrumenten,  
Normalien**

nach Modellen der Physikal.-Techn. Reichsanstalt, sämtliche von **Fr. Kohlrausch** konstruirten Apparate, neues Instrumentarium für Schulzwecke.

Ferner für elektrische Leitungen

**Ampère- u. Voltmeter, Wattmeter u. Zähler**  
für Gleich- und Wechselstrom jeder Messgröße.

**Louis Müller-Unkel**

Braunschweig, Rebenstr. 13.

**Glastechnische Werkstätte.**

Gegründet 1888. Specialitäten:

**Vacuumelektroscop** nach **H. Pfau**.

**Lichtelektrische Apparate** — **Tesla-Apparate** —  
**Transformatoren** nach **Elster u. Geitel**. **Geissler'sche**  
— **Crookes'sche** — **Röntgenröhren**. **Spectralröhren**.  
**Glaspräzisionsinstrumente.**

**= Gesucht =**

wird

**Erdmann's Journal für praktische Chemie**

Bd. 1—5 (1834),

**Poggendorff's Annalen der Physik und Chemie**

Bd. 31—34 (1834—35).

Gefl. Angebote mit Preisangabe erbeten an die

Verlagsbuchhandlung

**Johann Ambrosius Barth**  
in Leipzig.



---

Verlag von Johann Ambrosius Barth in Leipzig.

---

Vor Kurzem erschienen:

**Lehrbuch**  
der  
**Differential- und Integralrechnung**  
und der  
**Anfangsgründe der analytischen Geometrie.**

Mit besonderer Berücksichtigung  
der Bedürfnisse der Studierenden der Naturwissenschaften

bearbeitet von

**Dr. H. A. Lorentz,**

Professor an der Universität Leiden.

Unter Mitwirkung des Verfassers

übersetzt von

**Dr. G. C. Schmidt,**

Professor an der Königl. Forstakademie Eberswalde.

Mit 118 Figuren.

*VIII, 476 Seiten. Preis M. 10.—, gebunden M. 11.—.*

Das vorliegende Lehrbuch lässt rein mathematische Anwendungen mehr in den Hintergrund treten, dagegen macht es ausgiebig Gebrauch von Beispielen aus der Mechanik und Physik. Es wird nur die Kenntnis der Lehren der sogenannten niederen Mathematik vorausgesetzt und deshalb wird in den ersten Kapiteln eine Einführung in die analytische Geometrie gegeben, denen in der vorliegenden deutschen Ausgabe ein Kapitel über die goniometrischen Funktionen und deren Anwendung angeschlossen ist.

Aus all diesen Gründen eignet sich das Buch vortrefflich zur Einführung in dieses Gebiet für alle Studierenden.

# Physikalische Apparate.

Funkeninduktoren und Röntgenapparate.

Apparate nach Marconi, Hertz,  
Tesla, Thompson, Zickler etc.  
Mustergültige Ausführung.

*Neu:*

## Extrastromapparat

nach Miethe und Ernecke,  
zur Darstellung luftlinienfreier Spektra.  
D. R.-P. angemeldet.

## Elektrolytischer Unterbrecher

nach Dr. Wehnelt,  
construirt von Ferd. Ernecke, bis zu  
3000 Unterbrechungen pro Sekunde, mit  
Gleich- und Wechselstrom zu betreiben.  
D. R.-P.

Preislisten und Prospekte gratis.

Sieben neuersichtene Röntgen-Preisliste  
gratis und franco.

## Ferdinand Ernecke.

Hoflieferant

Sr. Majestät des Deutschen Kaisers.

ca.  $\frac{1}{4}$  nat. Grösse.

Mechan. Werkstätten mit Elektromotorenbetrieb.

Begründet 1859.

Berlin SW., Königgrätzer Str. 112.

Otto Wolff, Werkstatt für elektrische Messinstrumente.

Berlin SW., Alexandrinenstr. 14.

Spezialität seit 1890:

## Präzisions-Widerstände z. Manganin

nach der Methode

der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.  
(Vergl. Zeitschrift für Instrumentenkunde,  
Juli 1899, Januar 1900, Nov.-Dezember 1900.)

Normal-Widerstände von 0,0001—100000 Ohm.  
— Abw.-Widerstände von 1—0,00001 Ohm mit  
Petroleum- oder Luftkühlung, für Strommes-  
sung bis 5000 Amp. — Rheostaten, Wheatstone's-  
che Brücken, Thomson'sche Doppelbrücken für alle  
Messbereiche, mit Stöpsel- oder Kurbelschal-  
tung, in jeder gewünschten Ausführung. —  
Kompensations-Apparate für genaue Spannungsmessung in 6 Modellen. — Normal-Elemente,  
beglaubigt von der Physik.-Techn. Reichsanstalt. — Sämtliche Widerstände auf Wunsch  
als Präzisionswiderstände beglaubigt. — Verkaufslager von Manganin-Draht und -Blech  
von der Isabellenhütte in Dillenburg.

— Illustrierte Preisliste. —



**DR. RUD. FRANKE**  
Fabrik physikalisch-technischer Apparate  
**HANNOVER.**

## Neukonstruktionen elektro-physikalischer Apparate:

Präzisions-Kurbelrheostaten, D. R. G. M. } mit minimalem Uebergangs-  
Technische Kurbelrheostaten. } widerstand.

**Kompensatoren nach Franke, D. R. G. M., beste Methode zur absoluten Spannungsmessung.**

### Spiegelgalvanometer nach Deprez d'Arsonval.

Isthmus Galvanometer, D. R. G. M. a. Empfindlichkeit  $6 \cdot 10^{-10}$  bei 10 Sekunden.

**Spiegeldynamometer, Elektrometer.**

**Präzisions-Zelgerinstrumente, D. R. P. ang. für Gleich- u. Wechselstrom.**

**Kurvenindikatoren nach Franke zur Aufzeichnung periodischer Vorgänge, speciell Wechselstromkurven.**

**Präzisions-Tachometer** mit grösstem Messbereich, für Dampfmaschinen, Gasmotoren, elektr. Maschinen etc. gleichzeitig verwendbar.

**Wilh. Spoerhase vormals C. Staudinger & Co.**

### Giessen (Hessen).

**Mathematisch-physikalische Werkstätte.**

Gegründet 1842 von Carl Staudinger;  
im Jahre 1888

von *Wilhelm Spoerhase* allein weitergeführt.

### Anfertigung von

**Präzisionswaagen u. Gewichten  
allerersten Ranges**

für physikalische, chemische und technische Zwecke.

Besondere Abtheilung für

## Analysenwaagen, Gold- und Silber-Probirwaagen

bewährtester Construction.

## Physikalische Apparate.

**Spezialität:**

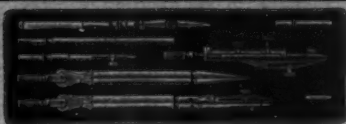
## Luftpumpen und Kathetometer

für Hoch- und Mittelschulen,  
in bewährtesten Originalconstructionen.

**Prämiirt mit ersten Preisen auf allen beschickten Ausstellungen.**

Illustrierte Cataloge in deutsch, französisch und englisch kostenfrei





## PARIS 1900 GRAND PRIX

Illustrierte Preislisten gratis.

## Präzisions- Reisszeuge

(Rundsystem)

Schraffirapparate,  
Ellipsographen etc.

### Clemens Riefler

Fabrik mathemat. Instrumente

Nesselwang u. München.

Gegründet 1841.

### ERNST MECKEL,

Mechaniker.

Berlin NO., Landsbergerstr. 85.

#### Werkstatt

für Projektions-Apparate.

Skiptikons, Nebelbilder-  
Apparate, Kalklichtbrenner.

### Paul Kröplin, Bützow i. M.

Mechanische Werkstätte

für Lehrmittel mit Motorbetrieb.

### Marconische Röhren

(Cohärer)

unter Garantie des tadellosen  
Functionirens.

### Complete Apparate

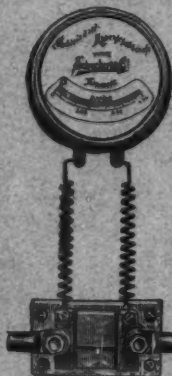
nach Hertz und Marconi.

— Special-Liste auf Wunsch. —

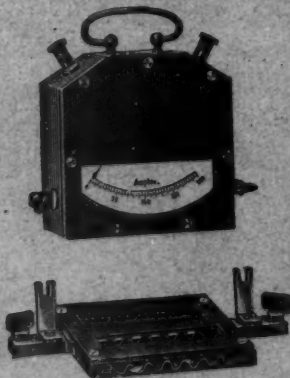
## Mess-Instrumente

nach dem Deprez-d'Arsonval-Prinzip.

Modell D. G. Stationär.



Modell D. T. Transportabel.



Vorzügliche Dämpfung, beste Isolation, geringe Beeinflussung  
durch benachbarte Ströme, mehrere Messbereiche für Spannungs-  
und Stromstärken. Nullpunktkorrektion.

Elektrizitäts-Aktiengesellschaft

vormals

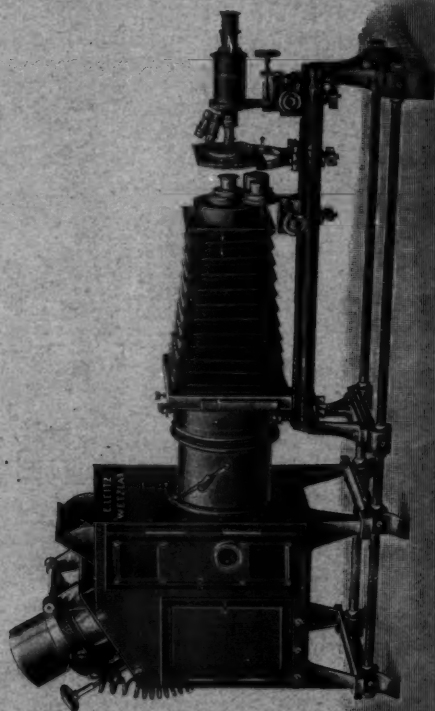
Nürnberg.

Schuckert & Co.

Berlin.

# **E. Leitz, Optische Werkstätte, Wetzlar.**

Zweiggeschäfte: Berlin NW., Luisenstr. 45.  
New York 411 W., 59<sup>th</sup> Str. Chicago 659 W., Congress Str.



## **Mikroskope und Nebenapparate.**

Ueber 55000 Leitz-Mikroskope im Gebrauch.

**Photographische Objective; Anastigmat.**

Patent D.R.P. 116449.

### **Projections-Apparate**

für auffallendes und durchfallendes Licht.

Projektionen mit den stärksten Mikroskopobjectiven,  
selbst Oel-Immersionen.

Vergrößerung bis 50 000fach bei ausreichender Helligkeit.

— Prislinsen kostenfrei. —



## Max Stuhl, Berlin N.W., Philippstr. 22.

Glastechnische Werkstätten zur Anfertigung feinsten Glasinstrumente und Apparate für alle Zweige der Wissenschaft u. Technik.

Specialität: Normalthermometer, Quecksilberluftpumpen, Wasserluftpumpen und Gefäße. Beste Röntgenröhren. — Graduierte Normalmessgeräte etc.

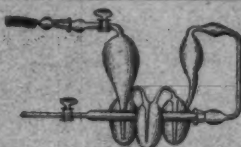


### Doppelwandige Gefäße nach Dewar zu den Versuchen flüssiger Luft.

Anfertigung chemischer und physikalischer Glasinstrumente. Röntgenröhren, Normal-Thermometer, geeichte Messgeräthe, Quecksilber-Luftpumpen, Marconiröhren etc.

Reinhold Burger, Berlin N., Chausseest. 2E.

Fernsprecher-Amt III, 5583.



### Hermann Kobe,

Berlin NW., Hannoversche Str. 14.

Anfertigung feinsten Glasinstrumente für wissenschaftliche u. technische Zwecke.

Apparate für Physik, Chemie und Meteorologie.

Exakte Ausführung.

Billige Preise.

### J. Robert Voss, Mechaniker,

Berlin N.O. 18, Palliadenstr. 20.

Specialität: Influenz-Elektrisir-Maschinen aller Systeme

(auch die dazu gehörigen Nebenapparate)

und Metall-Spiral-Hygrometer in allen Ausführungen.

## W. Meyerling,

Charlottenburg 4, Krummestr. 48,

Werkstätte für Präcisions-Mechanik.

Spec. Bolometer n. Prof. Lummer-Kurzbäum.

Uförmige Widerstandsgefäße mit verschiebbaren Electroden

n. Prof. F. Kohlrausch

Wied. Ann. 60. 321. 1897. = Genaues Messinstrument. =

Die Ablesung giebt ohne Rechnung die Leitfähigkeit in absolutem Maass. — Zur Bestimmung genügen 10 bis 15 ccm Flüssigkeit.

## OSCAR GUNTHER

Werkstatt für Präcisions-Mechanik

Braunschweig.

Wasserstrahl-Duplicatoren, Actinometer, Quadrantenelectrometer, Electroscope mit Natriumtrocknung (D.R.G.M.), Apparate zur Messung der Electricitätszerstreuung in der Luft, etc. nach Elster und Geitel.

Registrier-Electroscope nach Birkeland (konstruirt für den Gebrauch bei der norwegischen Nordlicht-Expedition 1899).

Phototheodolite für meteorologische Zwecke nach Koppe.

Ablesefernrohre.



**Physikalisch-mechanisches Institut**  
von Prof. Dr. M. Th. Edelmann in München.  
Präcisions-Messapparate im Bereiche von Elektrizität,  
Erdmagnetismus, Elektrotechnik etc.  
(Preisverzeichniss, reich illustirt, gratis.)

---

## **Hochspannungsbatterieen**

kleiner Accumulatoren, D. R. G. M. nach dem Modell der  
Physikalisch-Technischen Reichsanstalt,

liefert als Specialität in jeder Spannung, stationär oder transportabel,  
nebst vollständigem Zubehör

**M. Bornhäuser**

Feinste Referenzen.  
Garantie.

Charlottenburg 4.  
Krammstr. 48.

## **Pariser Weltausstellung**

Kollektiv-Ausstellung der Deutschen Gesellschaft  
für Mechanik und Optik.

*Katalog No. 24 u. 25 der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.*

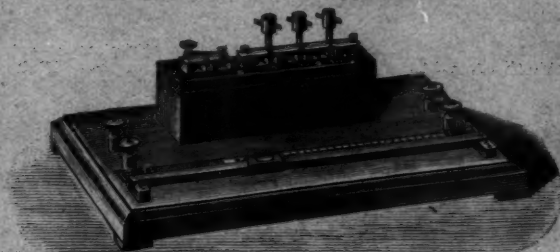
---

## **Meiser & Mertig, Dresden,**

**Kurfürstenstrasse 27.**

Physikalisch-technische Werkstätten (gegründet 1886).

Anfertigung physikalischer Apparate aller Art.



Specialität:

Apparate zu Versuchen nach Röntgen, Tesla, Hertz, Marconi etc.

Funkeninduktoren jeder Grösse.

Rheostaten. Messbrücken.

Farbenthermoskop nach Dr. Rebenstorff.

*Illustriertes Preisverzeichniss steht portofrei zu Diensten.*

# Max Kohl, Chemnitz i. S.

Werkstätte für Präzisionsmechanik,

fertigt als Spezialität:

## Grosse Funken-Induktoren

in höchster Vollkommenheit und gegen Durchschlagen gesichert, von 100—1000 mm Schlagweite, mit Platin- und Quecksilber-Unterbrecher.

**Neu!**

## Funken-Induktoren

**Neu!**

für Betrieb mit Wehnelt-Unterbrecher

mit veränderlicher Selbst-Induktion der Primärspule nach Dr. Walter, Hamburg.

Für Betrieb mit „rotirendem“ Unterbrecher gleich gut geeignet.

Dadurch ist es möglich, selbst von ganz weichen Röhren auch mit einem grossen Induktor und minimalem Strom prachtvolle Röntgenbilder zu erzielen.

**Praktische Stativ für Röntgenröhren,**  
mit schwerem Eisenfuss, langer isolirender Klemme, gestattend, die Röhre jedem Körperteil beliebig zu nähern.

## Elektrolyt-Unterbrecher

nach Dr. Wehnelt, sowie dazu geeignete Funkeninduktoren und Röntgenröhren.

**Neu! Röntgenröhren, Neu!**

speziell für den Elektrolyt-Unterbrecher hergestellt.

Dieselben ermöglichen

Becken-  
auf-  
nahmen

in

10—20  
Sekunden.



**Projektionsapparate für Bogenlicht, Gleich- oder Wechselstrom, Kalklicht, Acetylen- oder Zirkonbeleuchtung, mit angesezierter optischer Bank.**

Durch einfache, aber vortheilhafte Anordnung ist es möglich, einen derartigen Apparat mit guter Optik schon zu sehr mässigen Preisen zu liefern.

**Fabrikation physikalischer Instrumente, Apparate nach Tesla, Hertz, Marconi.**

**Vollständige Einrichtungen von physikalischen u. chem. Auditorien in gediegener, zweckmässiger Ausführung.**

Referenzen von Universitäten, technischen Hochschulen, Gymnasien, Realgymnasien etc. stehen zu Diensten. Bis jetzt sind ca. 450 Einrichtungen geliefert worden.

**Spezial-Listen auf Wunsch.**



**Tachometer  
und  
Tachographen**  
für die  
verschiedensten  
Zwecke.

**Tachometer**  
für Klemmenantrieb.



**Hand-Tachometer.**

Tachometer mit Klingelvorrichtung.



**Hub- und Tourenzähler.**

Registrier-Apparate für verschiedene Zwecke.

**Elektrische Messinstrumente**  
in fünf verschiedenen  
Größen u. verschiedenen  
Systemen.

**Schalttafel-,  
Control- und Registrier-  
instrumente.**

Ohmmeter,  
Contact-Voltmeter.



**Dr. Th. Horn,**  
Grosszschocher-Leipzig.

Verlag von **Johann Ambrosius Barth** in Leipzig.

## Verhandlungen

der

## Deutschen Physikalischen Gesellschaft.

Jährlich erscheinen zwanglos etwa 15 bis 18 Hefte.

Abonnementspreis 4 M.

Die „Verhandlungen“ veröffentlichen ausser den Sitzungsprotokollen kurze Originalberichte über die gehaltenen Vorträge und Mittheilungen, die in den Sitzungen vorgelegt worden sind. Sie sind also gewissermassen eine Ergänzung der Annalen der Physik und das Abonnement dürfte für jeden Annalenleser von Vortheil sein.

Bestellungen nehmen alle Buchhandlungen an.

Verlag von Johann Ambrosius Barth in Leipzig.

Vor Kurzem erschienen:

**Erdmann König's**  
**Grundriss der allgemeinen Waarenkunde**  
unter Berücksichtigung der Mikroskopie und Technologie.  
Für Handelsschulen und gewerbliche Lehranstalten sowie  
zum Selbstunterrichte.

13. vollständig neu bearbeitete Auflage.

von Prof. **Eduard Hanausek**, Schulrat, Vorstand des Laboratoriums  
für Waarenkunde an der Wiener Handels-Akademie.

XVI, 752 Seiten. 1900. Preis 9  $\mathcal{M}$ , geb. 10  $\mathcal{M}$ .

Das Buch, das nach dem Urtheile der Kritik für die „beste Waarenkunde“ gilt, war  
leider einige Zeit vergriffen. Die neue Auflage wird daher doppelt freudig begrüßt werden.  
Sie ist im Text und in den Abbildungen wesentlich erweitert worden.

**Dr. Schleussner's Trockenplatten**

erfreuen sich auch in wissenschaftlichen Kreisen wegen ihrer  
hohen **Empfindlichkeit** und **Gleichmässigkeit** einer allgemeinen  
Beliebtheit.

**Spezialitäten:** Momentplatten für Astronomische und Röntgen-  
aufnahmen, für Aufnahmen fliegender Geschosse, Microphotographie  
und Spectralphotographie. — Orthochromatische Platten, Abzieh-  
platten für Lichtdruck, Celluloidfolien. — Rollfilme für Tageslicht-  
cameras.

**Trockenplattenfabrik a. Actien**

vormal's **Dr. C. Schleussner** in Frankfurt a. M.

**F. Sartorius, Göttingen.**

Mechanische Werkstätten zu Göttingen und Rauschenwasser.

**Waagen und Gewichte**

für wissenschaftliche, chemische und technische Zwecke.

== **Specialität:** ==

**Analysenwaagen**

nur eigener bewährtester Construction.

Man verlange ausdrücklich Original-Sartorius-Waagen, da Nach-  
ahmungen in den Handel gebracht werden.



**Sartorius' neuer Wärmekasten**

zum Briten von Bacillen und zum Einbetten  
mikroskopischer Präparate in Paraffin für  
beliebiges Heismaterial, unabhängig von  
Gasleitung, mit vielfach prämirter Wärme-  
regulierung.

Patentirt in Deutschland, England,  
Belgien, Oesterreich-Ungarn etc.

Auf allen beschiedenen Ausstellungen  
prämiert, zuletzt Weltausstellung Brüssel,  
Diplom d'honneur und Preis 500 Frs., für  
beste Construction in Feinwaagen.

Kataloge in 3 Sprachen gratis und franco.

Vertreter in allen Ländern.

# A. E. G.-Röntgen-Apparate.



## **Turbinen-Quecksilber-Unterbrecher für Gleichstrom**

mit beliebigen Unterbrecher-Zahlen.

Combinirt mit Telegraphen-Taster für Funken-Telegraphie.

## **für Wechselstrom**

beliebiger Spannung und Periodenzahl, für Induktionsbetrieb  
und elektrolytische Arbeiten an Wechselstromnetzen.

---

Funken-Induktoren • Röntgen-Röhren

Widerstände • Schalttafeln • Leuchtschirme • Verstärkungsschirme  
und sonstiges Zubehör.

---

Prospecte und Anschläge kostenlos.

**Allgemeine Electricitäts-Gesellschaft**  
**BERLIN.**

XII 45.



**Siemens & Halske A.-G.**

**Berliner Werk**

**Berlin S. W., Markgrafenstrasse 94**

**Wissenschaftliche und technische  
Messinstrumente**

**Zeiger- und Spiegelgalvanometer**

**Messbrücken zur Bestimmung von Widerständen,  
Temperaturkoeffizienten und der Leitungsfähigkeit  
von Metallen**

**sowie zur Messung von Normalwiderständen**

**Kompensationsapparate**

**Zweigwiderstände und Dekadenwiderstände**

**Kondensatoren**

**Röntgen-Einrichtungen**

**Funkeninduktoren**

**Deprez-Unterbrecher. Motor-Unterbrecher.  
Quecksilberwippe. Wehnelt-Unterbrecher**

**Apparate**

**zu**

**Marconi- und Tesla-Versuchen**

**Ozon-Anlagen**

**für Laboratorien und technische Betriebe**

**Einrichtungen**

**für**

**Elektrochemische Laboratorien**



**Keiser & Schmidt**  
Berlin N., Johannisstr. 20.

**Ampèremeter und Voltmeter**  
nach Deprez-d'Arsonval, D. R.-P.  
**Funkeninduktoren, Condensatoren, Spiegelgalvanometer.**

**Thermo-Element**  
nach Angabe des Herrn Prof. Dr. Rubens.

**Pyrometer**  
zum Messen von Temperaturen bis 1800° Celsius.

**Galvanometer**  
zu Linde'schen Kältemessungen.

== Preisverzeichnisse kostenfrei. ==

---

**Verlag von Johann Ambrosius Barth in Leipzig.**

Im Anschluss an die „Annalen“, aber ebenso für sich, gleichsam als physikalisches Centralblatt, erscheinen seit 1877 die

## Beiblätter

zu den

**Annalen der Physik**

herausgegeben von

**Walter König.**

Jährlich ein starker Band von 12 Heften A 20.—.

Die „Beiblätter“ enthalten von Fachgelehrten bearbeitete Berichte über die gesamten im laufenden Jahr erschienenen Abhandlungen des In- und Auslandes aus dem Gebiete der Physik, ferner monatliche Inhaltsangaben aller physikalischen Zeitschriften, Akademie-Publikationen und sonstiger schwer zugänglicher Arbeiten.

# Alt, Eberhardt & Jäger, Ilmenau (Thüringen).

Eigene Hohlglashütte, Lampenbläserei, Hohl-, Flach- und Spiegelglas-  
schleiferei, Thermometer- und Holzwarenfabrik,  
Mechanische Werkstatt, Schriftmalerei und Emailir-Anstalt  
fabriciren:



Chemische, elektrochemische und  
physikalische Apparate und Utensilien.  
Vollständige Einrichtungen

VON  
Laboratorien für Universitäten,  
höhere Lehranstalten, Schulen,

Fabriklaboratorien des chemischen Grossbetriebes.

Hochgradige Thermometer und Glasinstrumente  
für Wissenschaft und Technik in allen Ausführungen.

Grosses Lager chemischer Messgeräthe.

Aräometer für alle speziellen Flüssigkeiten.

Anfertigung neuer Apparate nach Skizze und Angaben.

Exacte Ausführung.

Mässige Preise.

== Eigenes chemisches Laboratorium. ==



ERLANGEN.

Filialen: Berlin N,

München,

Wien IX/3,

Friedrichstrasse 131 c. Sonnenstr. 13.

Universitätsstrasse 12.

Specialität:

Röntgen-Apparate,  
Projections-Apparate,  
Volt- und Ampèremeter.

Kleinmotore, Schalttableaux für Schulen, Ventilatoren,  
Influenzmaschinen.

---

---

Verlag von Johann Ambrosius Barth in Leipzig.

---

---

*Soeben erschienen:*

LEHRBUCH  
DER  
MATHEMATISCHEN CHEMIE

von

J. J. van Laar.

Mit einer Einleitung von Prof. H. W. Bakhuis-Roozeboom.

XX. 224 S. mit 28 Fig. 1901. broch. *M* 7.—; geb. *M* 8.—.

Aus der Einleitung: Mit Freude begrüße ich die vorliegende Arbeit des Herrn van Laar, in welcher er aus der Gibbs-Planck'schen Theorie des thermodynamischen Potentials in logischem Zusammenhang und mit grosser Uebersichtlichkeit die Gesetze für die Gleichgewichte in einzelnen Phasen und Phasenkomplexen entwickelt. . .

Hiermit empfehle ich das Buch allen denjenigen, die etwas tiefer eindringen wollen in die thermodynamische Behandlung der Gleichgewichtsprobleme. Mögen darin nach qualitativer Seite bis zu einem gewissen Punkt auch ohne mathematische Behandlung noch vielerlei Resultate zu gewinnen sein — das Bedürfniss nach tieferem Eindringen nach der quantitativen Seite hin, zumal bei grösseren Konzentrationen, macht sich bereits mehrfach bemerkbar, und in dieser Richtung ist nur auf dem in diesem Buche betretenen Wege Aussicht auf bedeutende Erfolge.

## A. Haak vorm. W. Haak-Jena (gegr. 1867)

### Glastechnische Werkstätte.

(Langjähriger Lieferant erster Institute und Firmen, als Carl Zeiss, Jena etc.)

#### Specialitäten:

Feine wissenschaftliche Thermometer mit und ohne Prüfungsschein der Physikal.-Techn. Reichsanstalt, Abth. II, Charlottenburg, aus Jenaer Normal- und Borosilicatglas 59 III.

Thermometer für speziell chemische Zwecke nach *Anschütz, Gräbe-Allihn, Zincke* etc. in unübertroffener Zuverlässigkeit.

Thermometer für Kältemischungen bis  $-200^{\circ}\text{C}$ .

Thermometer für Temperaturen bis  $+550^{\circ}\text{C}$ .

Gefäßbarometer mit automatischer Nullpunkteinstellung, eigene Construction (D. R. G. M. 76 959).

Volumetrische Messinstrumente — Elektrische Apparate nach *Geissler, Crookes, Hittorf, Puluj, Hertz, Lenard, Röntgen* etc.

Geissler'sche Röhren zur Spectralanalyse zeichnen sich aus durch höchste Reinheit des Spectrums und längste Gebrauchsdauer.

== Illustrierte Preislisten zu Diensten. ==

---

Verlag von **Johann Ambrosius Barth** in Leipzig.

---

Soeben erschienen in neuer Auflage:

### Die Akkumulatoren.

Eine gemeinfassliche Darlegung ihrer Wirkungsweise, Leitung und Behandlung.

Dritte Auflage. Preis 1 Mark.

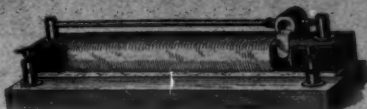
Das Schriftchen giebt eine äusserst klare und gemeinverständliche Erklärung des Principes der Akkumulatoren, sowie die Regeln für deren Behandlung und Benützung. Es wendet sich nicht nur an Chemiker und Physiker, sondern ebenso an Physiologen, Gymnasial- und Mittelschullehrer, Ärzte und Zahnärzte, welche aus Unkenntnis oft schlimme Erfahrungen mit Akkumulatoren machen.

Prospekte  
gratis  
und  
franko.



**Gebr. Ruhstrat, Göttingen. Elektrizitäts-Gesellschaft.**

Telephon  
Nr. 100.



Telegr.-Adr.:  
Ruhstrat.

**Nernst-Widerstände (Schleifer) pro Stück  $\mathcal{A}$  15.—**

**Maximal-Ausschalter,**

nach Skala auf beliebige auszulösende Stromstärke einzustellen.

**Elektrolytische Ventil-Unterbrecher  $\mathcal{A}$  45.—**

Anfertigung von Schalttafeln und Ausführung von elektrischen Anlagen jeder Art.

**Verlag von Johann Ambrosius Barth in Leipzig.**

## LEHRBUCH

DER

# EXPERIMENTALPHYSIK

VON

**E. von Lommel,**

weil. Professor an der Universität München.

**Siebente mit der sechsten übereinstimmende Auflage.**

Durchgesehen von

**Prof. W. König.**

574 Seiten. 8°, mit 430 Fig., Porträt und Spektraltafel. 1901.

Preis  $\mathcal{A}$  6.40; geb.  $\mathcal{A}$  7.20.

**Elektrotechnische Zeitschrift:** „Die Grundlehren der Physik werden ohne weitläufige mathematische Entwicklungen dem heutigen Standpunkte unserer Kenntnisse entsprechend allgemein verständlich dargestellt. Es werden nur elementare mathematische Kenntnisse vorausgesetzt. Das Buch ist in seiner Art sehr vorzüglich und kann auch zum Selbststudium empfohlen werden.“

**Zeitschrift f. d. Realschulwesen (Wien):** „... wir müssen schon, was die Reichhaltigkeit betrifft, das vorliegende Lehrbuch den besten derartigen an die Seite stellen. Aber auch in Bezug auf die klare und übersichtliche Darstellung — selbst der schwierigsten Partien — entspricht es den strengsten Anforderungen.“



# Lambrecht's Polymeter.

## Für Meteorologie

(auf Oesterr. und Schweizer meteorologischen Stationen bereits officiell eingeführt und auch für die demnächstige Nordpolexpedition geliefert)

und verwandte Naturwissenschaften zur Messung von: 1) Temperatur, 2) relativer Feuchtigkeit, 3) Dunstdruckmaxima, 4) Maximalgehalt eines Kubikmeter Luft an Wasserdampf, 5) Gradsahl, 6) Taupunkt, 7) Dunstdruck, 8) Gewicht des Wasserdampfes für jeden beliebigen Raum.

Dadurch ist das Polymeter auch ein einzigartiges Instrument zur Vorausbestimmung des Wetters.

## Für Hygiene.

Lambrechts Haarhygrometer sind die einzigen Feuchtigkeitsmesser, welche für Zimmerluftprüfungen in Frage kommen. Was sich sonst für den Zweck von anderer Seite anbietet, darf jedem denkenden Menschen verdächtig erscheinen. Es sei gewarnt vor Hygroscopen (fälschlich auch Hygrometer, sogar Normal-Hygrometer genannt), sie sind zu jedem Zweck wertlos.

Zahlreiche Anerkennungen von Fachleuten zu Diensten.

Wilh. Lambrecht,

Gegründet 1859.

## Für Technik und Gewerbe.

In welchem Betriebe hat Temperatur und Luftfeuchtigkeit keinen Einfluss auf die Gegenstände der Fabrikation oder Lagerung? Selbst der Betriebe sind ungezählte, in denen Feuchtigkeitsmessungen unumgänglich notwendig. Es muss der Einsicht eines Jeden überlassen bleiben, das Polymeter für seine Zwecke nutzbar zu machen. Als eines der größten Kontingente sei nur die Industrie für Gespinnte und Gewebe genannt.

Preise von 20 Mark an.

Man verlange ill. Preisliste etc. über andere interessante Neuheiten.

„... Herr Geheimrath Prof. Dr. R. Koch hat mich beauftragt, Ihnen bei dieser Gelegenheit mitzuteilen, dass der von Ihnen a. Zt. bezogene Hygrometer bei den wissenschaftlichen Expeditionen sich vorzüglich bewährt hat.“

Im Auftrage

Pahnert,

San. d. Inst. f. Infektionskrankh.

Weiter anerkannt von  
Pettenkofer, Oertel,  
Pasteur, Friedr.  
Krupp, Spörer, Major v. Wissmann,  
von Wild, Schaeffer, Meidinger,  
Flügge, Eulenberg, J. Hann,  
W. Trabat, Konkoly, Wöhler,  
Wolpert, Griesbach, H. de Parville

u. v. A.

$\frac{1}{2}$  natürl. Grösse.

Göttingen.



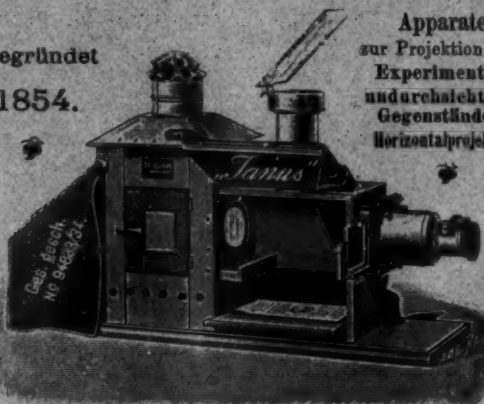
# Ed. Liesegang, Düsseldorf.

Specialfabrik für Projektionsapparate.

== Elektromotoren-Betrieb. ==

Gegründet

1854.



Apparate  
zur Projektion von  
Experimenten,  
undurchsichtigen  
Gegenständen.  
Horizontalprojektion.

## Projektionsapparate.

Zubehörteile: Kalklicht für komprimierte Gase, Sauerstoff mit Leuchtgas, Äther, Wasserstoff. Sauerstoffgasometer zur Selbstherstellung des Gases. Acetylenapparate. Elektr. Bogenlampe „Volta“ erleichtert das sonst schwierige Centrieren des Lichtpunktes bei mikroskopischer Projektion. Projektionsmikroskope u. Polariskope nebst Präparaten. Laternbilder aus allen Gebieten der Kunst und Wissenschaft. Lager 30 000 Stück.

= Anfertigung von Apparaten nach speziellen Angaben. =

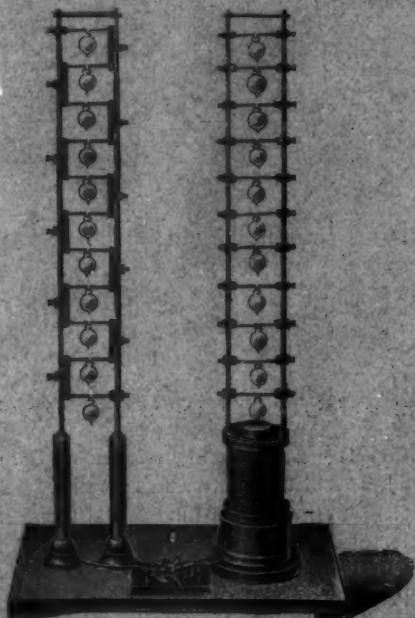
Kataloge auf Wunsch gratis und franko.

Referenzen zu Diensten.

# Ed. Liesegang, Düsseldorf.

# E. Leybold's Nachfolger

Köln a. Rh.



Modell

der Schaltung und Transformation  
bei Wechselstromlichtanlagen.

Mit einer Beilage von Ferd. Ernecke in Berlin.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

